KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI, PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020

Modul Pembelajaran SMA

Matematika Umum

KELAS X

FUNGSI KOMPOSISI DAN FUNGSI INVERS

MATEMATIKA UMUM KELAS X

PENYUSUN
Entis Sutisna, S.Pd.

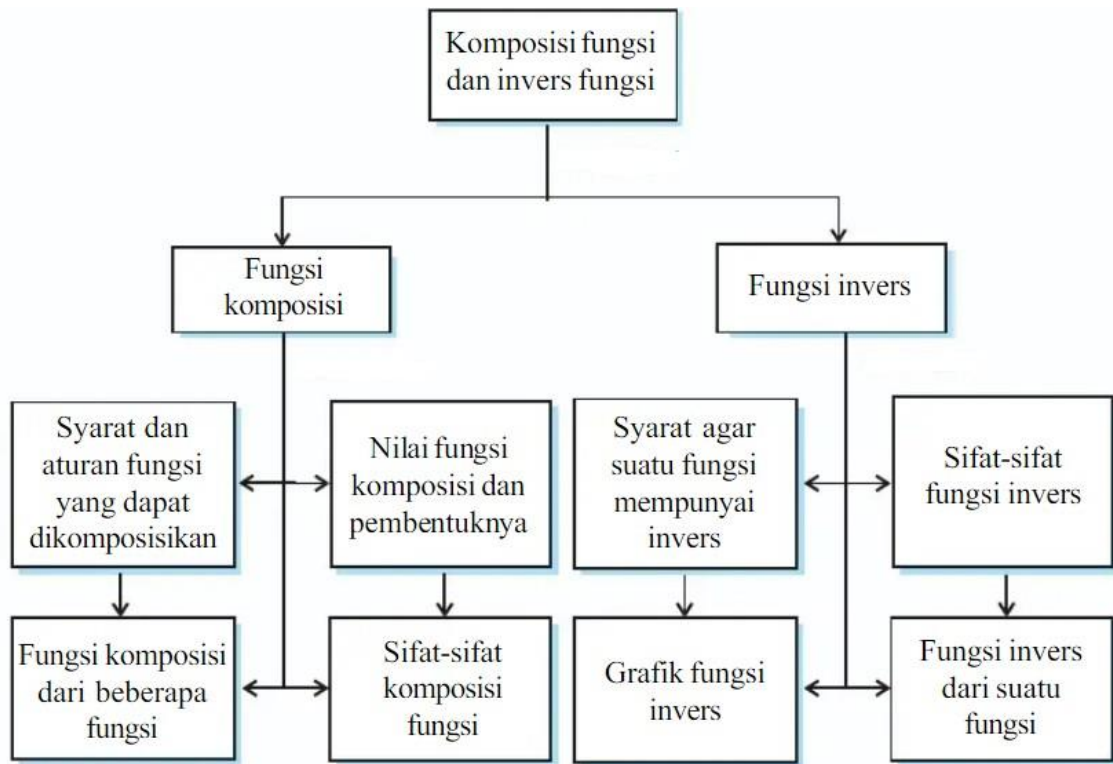
SMA Negeri 4 Tangerang

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Daerah Asal/Domain	:	Himpunan tak kosong dimana sebuah relasi didefinisikan.
Daerah kawan/kodomain	:	Himpunan tidak kosong dimana anggota domain memiliki pasangan sesuai dengan fungsi yang didefinisikan.
Daerah hasil/range	:	Suatu himpunan bagian dari daerah kawan
Fungsi invers	:	Fungsi kebalikan dari suatu fungsi. Misalkan f sebuah fungsi dari himpunan A ke himpunan B, f^{-1} disebut fungsi invers dari f jika dapat ditentukan sebuah fungsi f^{-1} dari himpunan B ke himpunan A sedemikian sehingga $f^{-1}(f(a)) = a$ dan $f^{-1}(f(b)) = b$.
Fungsi komposisi	:	Sebuah fungsi hasil operasi komposisi dua buah fungsi atau lebih. Misal fungsi f dan g, fungsi komposisi f dan g (ditulis: gof) ditentukan dengan $(gof)(x) = g(f(x))$
Invers fungsi	:	Suatu relasi dari himpunan B ke himpunan A.

PETA KONSEP

Komposisi fungsi dan invers fungsi
Fungsi komposisi
Fungsi invers
Syarat dan aturan fungsi yang dapat dikomposisikan
Nilai fungsi komposisi dan pembentuknya
Syarat agar suatu fungsi mempunyai invers
Sifat-sifat fungsi invers
Fungsi komposisi dari beberapa fungsi
Sifat-sifat komposisi fungsi
Grafik fungsi invers
Fungsi invers dari suatu fungsi

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran : Matematika Umum
Kelas : X
Alokasi Waktu : 16 JP
Judul Modul : Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers

B. Kompetensi Dasar

3. 6 Menjelaskan operasi komposisi pada fungsi dan operasi invers pada fungsi invers serta sifat-sifatnya serta menentukan eksistensinya.
4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi komposisi dan operasi invers suatu fungsi.

C. Deskripsi Singkat Materi

Salam jumpa melalui pembelajaran matematika dengan Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers. Modul ini disusun sebagai satu alternatif sumber bahan ajar siswa untuk memahami materi Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers di kelas X. Melalui modul ini Kalian diajak untuk memahami konsep Komposisi fungsi dan invers suatu fungsi dan menyelesaikan masalah kontekstual menggunakan Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers.

Banyak sekali penerapan fungsi komposisi dan fungsi invers dalam kehidupan sehari-hari diantaranya adalah:
1). Proses pembuatan buku diproses melalui 2 tahap yaitu tahap editorial dilanjutkan dengan tahap produksi. Pada tahap editorial, naskah diedit dan dilayout sehingga menjadi file yang siap dicetak. Kemudian, file diolah pada tahap produksi untuk mencetaknya menjadi sebuah buku. Proses pembuatan buku ini menerapkan algoritma fungsi komposisi.
2). Untuk mendaur ulang logam, awalnya pecahan logam campuran dihancurkan menjadi serpihan kecil. Drum magnetic pada mesin penghancur menyisihkan logam magnetic yang memuat unsure besi. Lalu sisa pecahan logam dikeruk dan dipisahkan, sedangkan serpihan besi dilebur menjadi baja baru. Proses pendaur ulang logam tersebut menggunakan fungsi komposisi.
3). Sebuah lempeng emas yang dapat dibentuk menjadi berbagai perhiasan juga menerapkan fungsi komposisi.
4). Di bidang ilmu yang lain fungsi komposisi dan invers juga di terapkan seperti di bidang ekonomi digunakan untuk menghitung dan memperkirakan sesuatu seperti fungsi permintaan dan penawaran, di bidang kimia digunakan untuk menentukan waktu peluruhan unsur, di bidang geografi dan sosiologi digunakan untuk optimasi dalam industri dan kepadatan penduduk alam.

Modul ini terdiri atas 2 bagian proses. Kalian bisa mempelajari modul ini dengan tahapan berikut:
Pembelajaran 1 akan membahas tentang : Fungsi Komposisi
Pembelajaran 2 akan membahas tentang : Fungsi Invers.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Supaya Kalian berhasil mencapai kompetensi dalam mempelajari modul ini maka ikuti petunjuk-petunjuk berikut:

a. Petunjuk Umum:

1) Pelajari daftar isi serta skema modul dengan cermat, karena daftar isi dan peta kedudukan modul ini akan menuntun anda dalam mempelajari modul ini dan kaitannya dengan modul-modul yang lain.
2) Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
3) Pahamilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal Kalian menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4) Kerjakan soal evaluasi dengan cermat. Jika Kalian menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
5) Jika Kalian mempunyai kesulitan yang tidak dapat Kalian pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, Kalian juga akan mendapat pengetahuan tambahan.

b. Petunjuk Khusus

1) Dalam kegiatan Pembelajaran Kalian akan mempelajari bagaimana memahami konsep dan menyelesaikan masalah Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers.
2) Perhatikan gambar gambar dan uraian dengan seksama agar dapat memahami, menentukan dan menggeneralisasikan Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers.serta mampu menerapkan dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan hal tersebut.
3) Pahamilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Kerjakanlah soal uji kompetensi dengan cermat agar Kalian bisa lebih paham dan terampil.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **2** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Fungsi Komposisi
Kedua : Fungsi Invers

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
FUNGSI KOMPOSISI

A. Tujuan Pembelajaran

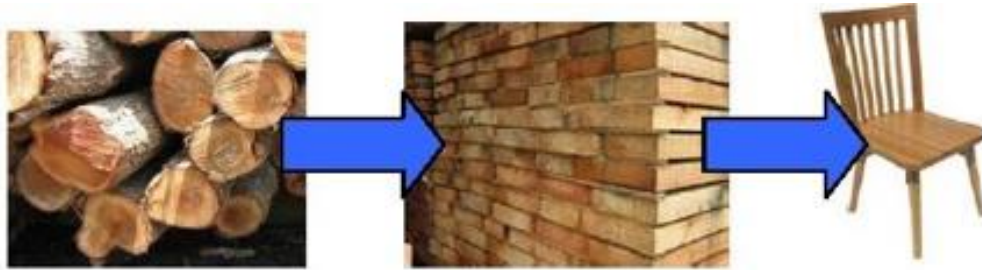
Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan peserta didik dapat:
1. Menjelaskan operasi komposisi fungsi
2. Mengidentifikasi sifat-sifat operasi komposisi pada fungsi
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi komposisi

B. Uraian Materi

Setelah Kalian mempelajari konsep Relasi dan Fungsi pada modul sebelumnya, pembahasan akan kita kembangkan dengan mempelajari Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers. Tujuan dari mempelajari materi pembelajaran ini adalah untuk menggali materi-materi tentang konsep komposisi dan invers kemudian operasi-operasi pada fungsi komposisi dan invers beserta sifat-sifatnya.

Komposisi atau operasi fungsi secara umum dilakukan untuk menghasilkan nilai tertentu setelah melalui tahapan/prosedur operasi tertentu. Hal ini banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, misalkan tata cara mandi tahapan adalah melepas baju baru dilanjutkan dengan mandi, jika dibalik akan berbeda hasilnya. Begitu juga dengan benda-benda di sekitar kita banyak yang pembuatannya tidak sekaligus jadi tetapi pengerjaannya bisa melalui beberapa tahap. Misalnya meja dan kursi pada gambar berikut agar siap dipakai dapat dikerjakan melalui beberapa tahap yaitu tahap pengerjaan pembuatan dan tahap *finishing*.

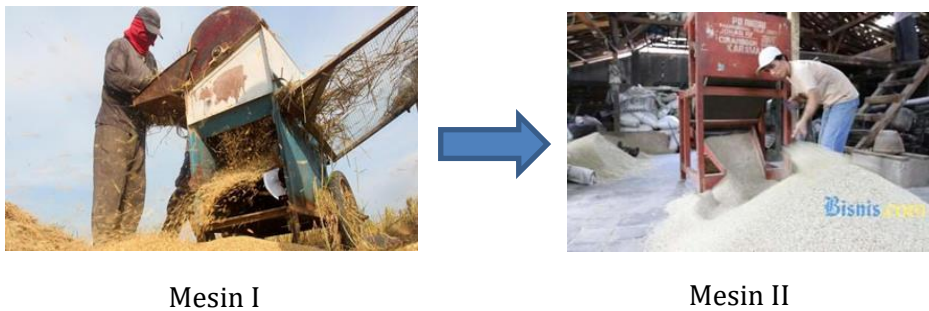
Gambar 1.1 Meja Kursi Ukir Jepara.
Sumber: http://keren2704.blogspot.com/2017/03/seni-kerajinan-kursi-kayu-ukir.html

Untuk tahap pembuatanpun melalui beberapa tahap, mulai dari kayu gelodongan (Log), kayu papan, meja – kursi kasar baru *finishing.*

Gambar 1.2. Proses Log jadi Furniture.
Sumber: www.tentangkayu.com

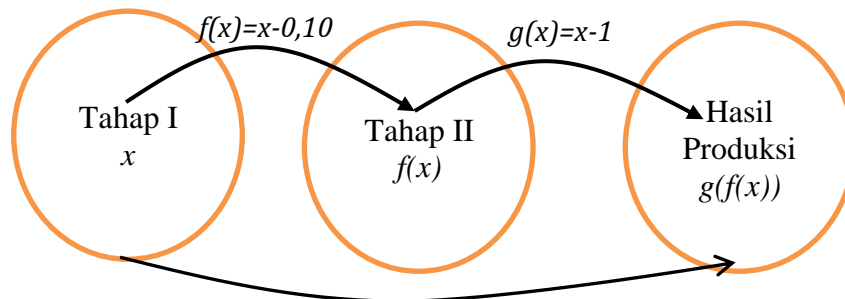
Untuk membuat mebel berupa meja dan kursi, seorang pengusaha mebel harus mengetahui berapa biaya pembuatan meja dan kursi sampai jadi sehingga biaya tidak berlebih. Pengusaha harus merencanakan dan menghitung satu persatu yaitu biaya pada tahap pengerjaan pembuatan dan biaya pada tahap *finishing*. Di dalam matematika, biaya dari setiap tahapan dapat dinyatakan dalam suatu fungsi biaya sehingga biaya totalnya merupakan fungsi komposisi dari setiap tahapan.

Sebagai contoh berapakah total biaya yang diperlukan untuk menghasilkan 20 set meja kursi dengan kualitas yang bagus dari seorang tukang kayu yang dapat menghasilkan meja dan kursi yang bagus melalui dua tahap, yaitu tahap pembuatan dan tahap *finishing*. Apabila biaya yang diperlukan pada tahap pembuatan adalah Rp750.000,00 per set, dan biaya pada tahap finishing adalah Rp150.000,00 per set. Apabila banyaknya meja dan kursi yang dihasilkan adalah x set dan biaya yang diperlukan pada tahap pembuatan adalah dengan persamaan $f(x) = 750\ 000\ x + 15000$, sedangkan biaya pada tahap finishing dengan persamaan $g(x) = 15000x + 10000$. Dengan menggunakan operasi fungsi komposisi maka biaya total pembuatan 20 set meja-kursi dapat dihitung.

Untuk lebih memahami masalah Fugsi Komposisi, coba Kalian perhatikan permasalahan berikut:

Suatu penggilingan padi dapat memproduksi beras super melalui dua tahap. Tahap pertama menggunakan mesin-1 yang menghasilkan beras setengah jadi berupa pelepasan kulit padi. Tahap kedua dengan menggunakan mesin-2 yang menghasilkan beras super. Dalam produksinya, mesin-1 menghasilkan bahan setengah jadi dengan mengikuti fungsi $(x) = x - 0{,}10$ dan mesin-2 mengikuti fungsi $g(x) = x - 1$, dengan x merupakan banyak bahan dasar padi dalam satuan kg. Jika bahan dasar padi yang tersedia untuk suatu produksi sebesar 1 ton, berapakah beras super yang dihasilkan dalam ton?

Mesin I   Mesin II

Gambar 1.3 : Mesin penggiling padi
Sumber : https://images.app.goo.gl/TWJ7HYeZR3ssXQvt6
https://images.app.goo.gl/wQsMgmmyAR5qdLLu5

Proses di atas dapat kita gambarkan sebagai berikut:

Gambar 1.4 : Tahapan produksi beras.

Dari gambar di atas, terlihat bahwa tahap produksi beras terdiri atas dua tahap yang hasil produksi setiap tahapnya dapat dihitung sebagai berikut.

Hasil produksi tahap I
Rumus fungsi pada produksi tahap I adalah $(x) = x - 0{,}10$.
Untuk $x = 1000$, diperoleh:
$f(x) = x - 0{,}10$
$= 1000 - 0{,}10$
$= 999{,}90$
Hasil produksi tahap I adalah 999,90 kg beras setengah jadi.

Hasil produksi tahap II
Rumus fungsi pada produksi tahap II adalah $(x) = x - 1$.
Karena hasil produksi pada tahap I akan dilanjutkan pada produksi tahap II, maka hasil produksi tahap I menjadi bahan dasar produksi tahap II, sehingga diperoleh:
$g(x) = x - 1$
$= 999{,}90 - 1$
$= 998{,}90$
Dengan demikian, hasil produksi tahap II adalah 998,90 kg beras super. Hasil produksi yang dihasilkan penggilingan padi tersebut jika bahan dasar padinya sebanyak 1 ton adalah 0,9989 ton beras super.

Masalah di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan cara yang berbeda sebagai berikut.
Diketahui fungsi-fungsi produksi berikut.

$f(x) = x - 0,10$ ………………………………………………(1)

$g(x) = x - 1$ ………………………………………………(2)

Dengan mensubstitusikan persamaan (1) ke persamaan (2), diperoleh fungsi

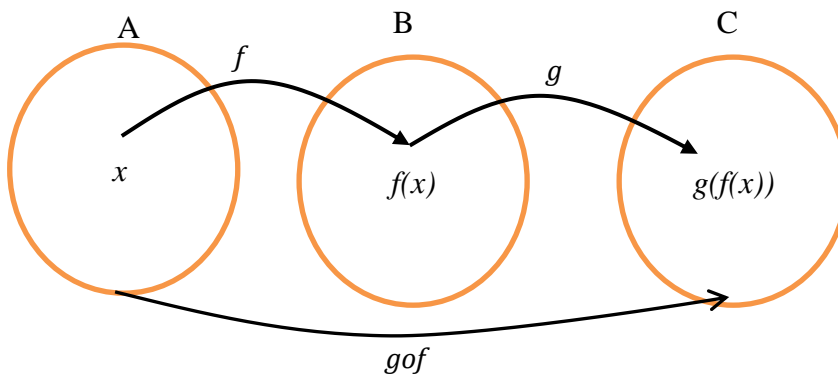
$g(f(x)) = (f(x)) - 1 = (x - 0,10) - 1 = x - 1,1$.

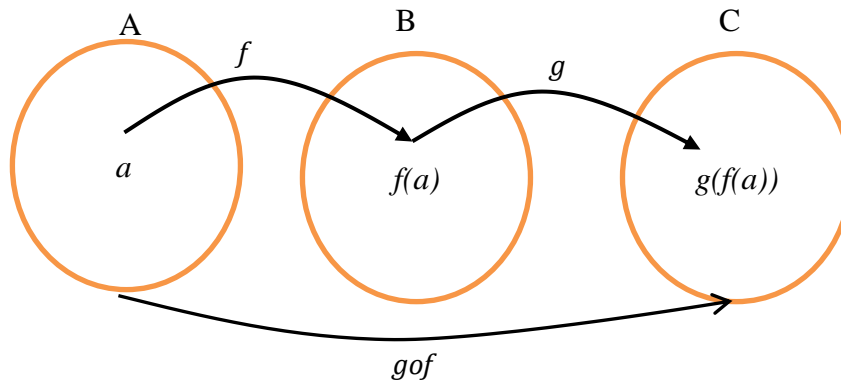
Dengan demikian, diperoleh fungsi $g(f(x)) = x - 1,1$. (3).
Jika disubtitusikan nilai $x = 1000$ pada persamaan 3, didapat:

$g(f(1000)) = 1000 - 1,1 = 998,90$.

Terlihat bahwa hasil produksi sebesar 998,90 kg. Nilai ini sama hasilnya dengan hasil produksi dengan menggunakan perhitungan cara pertama di atas.
Nilai $g(f(x))$ merupakan nilai suatu fungsi yang disebut fungsi komposisi f dan g dalam x yang dilambangkan dengan gof. Karena itu nilai gof di x ditentukan dengan $(gof)(x) = g(f(x))$.

Masalah di atas merupakan contoh permasalahan komposisi fungsi. Bagaimana sekarang sudah dipahami yang dimaksud dengan komposisi fungsi?
Ayo kita kaji lebih dalam lagi.

Misalkan fungsi f memetakan himpunan A ke dalam himpunan B ditulis $f: A \rightarrow B$, dan fungsi g memetakan himpunan B ke dalam C ditulis $g: B \rightarrow C$, sebagaimana ilustrasi di bawah ini:

Gambar 1.5 : Komposisi Fungsi

Untuk $a \in A$ maka petanya (a) berada di B yang juga merupakan domain dari fungsi g, oleh sebab itu pasti diperoleh peta dari (a) di bawah pemetaan g yaitu $(f(a))$. Dengan demikian kita mempunyai suatu aturan yang menentukan setiap elemen $a \in A$ dengan tepat satu elemen $((a)) \in C$. Fungsi baru inilah yang disebut fungsi komposisi dari f dan g, yang dinyatakan dengan notasi $g \circ f$ (dibaca "g bundaran f")

Gambar 1.6 : Pemetaan $f: A \to B$, dan $g: B \to C$

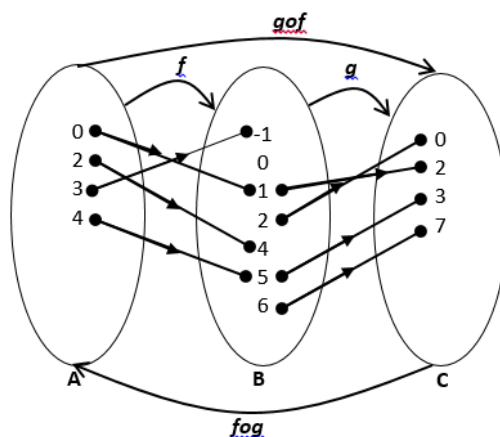
Secara singkat, jika f: $A \to B$, dan g: $B \to C$ maka kita definisikan suatu fungsi komposisi $g \circ f$: $A \to C$ sedemikian hingga $(g \circ f)(a) = g(f(a))$. Perhatikan bahwa fungsi komposisi $g \circ f$ adalah penggandaan fungsi yang mengerjakan f dahulu, baru kemudian mengerjakan g.

Dengan memperhatikan definisi dari fungsi komposisi di atas dapat diperoleh fungsi komposisi $g \circ f$ dan $f \circ g$ apabila:
Komposisi fungsi $g \circ f$: Jika fungsi f dan g memenuhi $\boldsymbol{R}_f \cap \boldsymbol{D}_g \neq \emptyset$
Komposisi fungsi $f \circ g$: Jika fungsi f dan g memenuhi $\boldsymbol{R}_g \cap \boldsymbol{D}_f \neq \emptyset$

Contoh 1:

Diketahui fungsi $f : A \to B$ dan $g : B \to C$ dinyatakan dalam pasangan terurut :
f = {(0,1), (2,4), (3,-1),(4,5)} dan g = {(2,0), (1,2), (5,3), (6,7)}
Tentukanlah:
a) (f o g) b) (g o f) c) (f o g)(1) d) (g o f)(4)

Penyelesaian:

$f : A \to B$ dan $g : B \to C$
Perhatikan diagram panah berikut:

a) (*f* o *g*) pemetaan oleh *g* dilanjutkan pemetaan oleh *f*.

   Dari diagram di atas

   g(1) = 2 dan f(g(1)) =f(2) = 4

   g(2) = 0 dan f(g(2))=f(0) = 1

   g(5) = 3 dan f(g(5))=f(3) = -1

   sehingga (fog) = {(2,1), (1,4), (5,-1)}

b) (go f) pemetaan oleh f dilanjutkan pemetaan oleh g.

   F(0) = 1 dan g(f(0)) = g(1) = 2

   F(4) = 5 dan g(f(4)) = g(5) = 3

   Sehingga (gof) = {(0,2), (4,3)}

c) (f o g)(1) = 4

d) d) (g o f)(4) = 3

Contoh 2:

Diketahui : $f : R \rightarrow R$; $f(x) = 2x^2 + 1$,

$g : R \rightarrow R$; $g(x) = x + 3$

Tentukan :

a) (f o g)(x)
b) (g o f)(x)
c) (f o g)(1)
d) (g o f)(1)

Penyelesaian:

a) Pada (fog) x dipetakan lebih dulu oleh g(x) kemudian g(x) dipetakan oleh f(x).

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2(g(x))^2 + 1$
$= f(x+3)$
$= 2(x+3)^2+1$
$= 2(x^2 + 6x + 9) + 1$
$= 2x^2+12x+19$

b) Pada (g o f) x dipetakan lebih dulu oleh f(x) kemudian f(x) dipetakan oleh g(x)

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
$= g(2x^2+1)$
$= 2x^2 + 1 + 3$
$= 2x^2 + 4$

c) $(f \circ g)(1) = f(g(1))$
$= f(4)$
$= 2.(4)^2 + 1$
$= 2.16 + 1$
$= 33$

d) $(g \circ f)(1) = g(f(1))$
$= g(3)$
$= 3 + 3$
$= 6$

Contoh 3:

Diketahui A = {x l x < -1}, B dan C adalah himpunan bilangan real.
f : A → B dengan f(x) = -x + 1; g : B → C dengan g(x) = x^2 dan
h = g o f : A → C.
Bila x di A dipetakan ke 64 di C, tentukan nilai x!

Penyelesaian:

h(x) = (g o f)(x) = g(f(x)) = g(-x + 1) = $(-x + 1)^2$
h(x) = 64 → $(-x + 1)^2 = 64 \leftrightarrow -x + 1 = \pm 8$
$-x + 1 = 8 \leftrightarrow x = -7$ atau $-x + 1 = -8 \leftrightarrow x = 9$
Karena A = {x l x < -1}, maka nilai x yang memenuhi adalah x = -7.

Contoh 4:

Fungsi $f: R \to R$, $g : R \to R$ dan $h: R \to R$ yang didefinisikan oleh rumus
$f(x) = x + 2$, $g(x) = 3x^2$ dan $h(x) = 2x - 3$
Tentukan :
a) $(gof)(1)$ dan $(fogoh)(1)$
b) rumus untuk (gof), (fog) dan $(fogoh)$

Penyelesaian:
a) $(gof)(1)$=g(f(1)
f(1) = 1 + 2 = 3
$(gof)(1)$=g(f(1)) = $3.3^2 = 3.9 = 27$

Untuk $(fogoh)(1)$ pemetaan pertama oleh *h(x) = 2x + 3*, dilanjutkan oleh *g(x) =* x^2 sehingga *g(h(x).* Untuk selanjutnya *g(h(x)* dipetakan oleh *f(x)* sehingga *f(g(h(x))).*
$h(1) = 2.(1) - 3 = -1$
$g(h(1)) = (h(1))^2 = (-1)^2 = 1$
(fogoh)(x) = (f(g(h(1))) = 2.*(g(h(1))* + 3 = 2.(1) + 3 = 5

b) $(gof): x \to (gof)(x) = g\ (f(x)) = g(x + 2) = 3(x + 2)2 = 3x^2 + 12x +12$
sehingga $(gof): x \to 3x^2 + 12x + 12$.
$(fog): x \to (fog)(x) = f(g(x)) = f(3x2) = 3x^2 + 2$
sehingga $(fog): x \to 3x^2 + 2$.

Catatan:
Dari jawab di atas didapat fungsi $go\ f$ dan $f o\ g$ tidak sama, sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa komposisi fungsi tidak bersifat komutatif.

$(fogoh): x \to (fogoh)(x) = f(g(h(x)))$
$= f(g(2x - 3))$
$= f(3(2x - 3)^2 = f(12x^2 - 36x + 27)$
$= (12x^2 - 36x + 27) + 2 = 12x^2 - 36x + 29.$

sehingga $(fogoh): x \to 12x^2 - 36x + 29.$

Perhatikan kembali Contoh 1 s.d 4 di atas. Contoh 1 s.d 4 tersebut diberikan untuk menentukan fungsi komposisi jika fungsi-fungsi yang lain telah diketahui.

Berikut ini diberikan contoh bagaimana menentukan fungsi jika diketahui fungsi komposisi dan suatu fungsi yang lain.

Menentukan Komponen Pembentuk Fungsi Komposisi

Contoh 5:
Diketahui fungsi komposisi (f o g)(x) = 3x – 2 dan fungsi f(x) = 2x + 1. Tentukan nilai dari g(x)!

Penyelesaian:

(f o g)(x) = 3x – 2 dan f(x) = 2x + 1

(fog)(x) = f(g(x)) = 3x – 2→ f(g(x)) = 2.g(x) + 1

f (g(x)) = f(g(x))

2.g(x) + 1 = 3x – 2

2.g(x) = 3x – 3

g(x) = $\frac{3x-3}{2}$

Contoh 6:
Diketahui fungsi komposisi (f o g)(x) = 6x + 3 dan fungsi g(x) = 2x - 3. Tentukan nilai dari f(x)!

Penyelesaian:

(f o g)(x) = 6x + 3, misalkan, p = 2x - 3

f(g(x)) = 6x + 3   p + 3 = 2x

f(2x – 3) = 6x + 3 $\frac{p+3}{2}$ = x

f(p) = 6.($\frac{p+3}{2}$) + 3

f(p) = 3(p + 3) + 3

f(p) = 3p + 12

Jadi, f(x) = 3x + 12

Cara lain:

(f o g)(x) = 6x + 3 dan g(x) = 2x - 3
f(g(x)) = 6x + 3
f(2x – 3) = 6x + 3 = 3(2x – 3) + 12
f(x) = 3x + 12

Ruas kanan dinyatakan dalam 2x-3 namun nilainya tetap 6x + 3

Penggunaan komposisi fungsi dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh 7:

PT MAKMUR BERSAMA sebuah perusahaan yang sangat memperhatikan karyawannya. Pada tahun 2020 perusahaan mempunyai mempunyai kebijakan dalam memberikan kesejahteraan kepada karyawannya, yaitu setiap bulan seorang karyawan akan menerima 3 buah tunjangan yang terdiri dari tunjangan keluarga, tunjangan kesehatan dan tunjangan transportasi selain gaji pokok. Ketentuan tentang tunjangan tersebut adalah sebagai berikut:

- Tunjangan Keluarga = 1/3 Gaji Pokok + Bonus Tambahan
- Tunjangan Kesehatan = ½ (Tunjangan Keluarga + Bonus Tambahan)
- Tunjangan Transportasi = ¼ Tunjangan Kesehatan

Tabel **Bonus tambahan** ditampilkan seperti pada tabel di bawah ini:

Gol	Masa Kerja dalam tahun (M)						
	M ≤ 5	5<M≤ 10	10<M≤15	15<M≤20	20<M≤25	25<M≤30	M ≥ 30
I A	50.000	150.000	250.000	350.000	450.000	550.000	650.000
I B	150.000	250.000	350.000	450.000	550.000	650.000	750.000
II A	250.000	350.000	450.000	550.000	650.000	750.000	850.000
II B	350.000	450.000	550.000	650.000	750.000	850.000	950.000
III A	450.000	550.000	650.000	750.000	850.000	950.000	1.050.000
III B	550.000	650.000	750.000	850.000	950.000	1.050.000	1.150.000
IV A	650.000	750.000	850.000	950.000	1.050.000	1.150.000	1.350.000
IV B	750.000	850.000	950.000	1.050.000	1.150.000	1.350.000	1.450.000
V	850.000	950.000	1.050.000	1.150.000	1.350.000	1.450.000	1.550.000

Jaka adalah seorang karyawan Golongan III B dan telah bekerja selama 27 tahun dengan gaji pokok Rp 12.000.000, Berapakah **tunjangan transportasi** yang akan diperoleh Jaka perbulannya?

Penyelesaian:

Misalnya : Tunjangan keluarga = K
Tunjangan Kesehatan = S
Tunjangan Transportasi = T
G = Gaji Pokok

Maka:

K = $\frac{1}{3}G + Bonus\ Tambahan$

S = ½ (K + Bonus Tambahan)

T = ¼ S ;

sesuai Golongan dan masa kerja Jaka (gol III B dan masa kerja 27 tahun) jika dicocokan dengan tabel bonus tambahan diperoleh:

K = $\frac{1}{3}G + 1.050.000$

S = ½ (K + 1.050.000)

T = ¼ S

T= ¼ (½ (K +1.050.000)) = $\frac{1}{8}K + 131.250$

T = $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{3}G + 1.050.000\right) + 131.250$

T = $\frac{1}{24}G + 131.250 + 131.250$

T = $\frac{1}{24}G + 262.500$

T = $\frac{1}{24}(12.000.000) + 262.500$

T = 762.500

Jadi Tunjangan Transportasi Jaka per bulan = Rp 762.500,-

Sifat – Sifat Komposisi Fungsi

Berikut ini sifat – sifat yang berlaku pada fungsi komposisi :

1. Secara umum *sifat komutatif tidak berlaku* pada fungsi komposisi, yaitu $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$
2. Untuk komposisi tiga fungsi atau lebih, berlaku *sifat asosiatif*. Jika f, g, dan h tiga buah fungsi, maka berlaku : $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$.
3. Terdapat fungsi identitas terhadap operasi komposisi fungsi, yakni $I(x) = x$, sehingga berlaku :
   $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$

Contoh 8:

Diketahui f(x) = 2x + 1, g(x) = 3 – x, dan h(x) = x^2 + 2, I(x) = x

(f o g)(x) = f(g(x)) = f(3-x) = 2(3-x) + 1 = 6 – 2x + 1 = 7 – 2x

(g o f)(x) = g(f(x)) = g(2x+1) = 3 – (2x+1) = 3 – 2x – 1 = 2 – 2x

(g o h)(x) = g(h(x)) = g(x^2 + 2) = 3 – (x^2 + 2) = 1 - x^2

Dari hasil di atas tampak bahwa (fog)(x) ≠ (g o f)(x)

((fog)oh)(x) = (fog)(h(x))= (fog)(x^2 + 2)= 7 – 2(x^2 + 2) = 3 - 2x^2

(fo(goh))(x)=f((goh)(x))= f(1 - x^2)= 2(1 - x^2) + 1 = 2 – 2 x^2 + 1 = 3 – 2 x^2

Dari hasil di atas tampak bahwa ((fog)oh)(x) = (fo(goh))(x)

(foI)(x) = f(I(x)) = f(x) = 2x + 1

(Iof)(x) = I(f(x)) = I(2x+1) = 2x + 1

Dari hasil di atas tampak bahwa (foI)(x) = (Iof)(x) = f(x)

C. Rangkuman

1. Komposisi fungsi f dan g didefinisikan (fog)(x) = f(g(x)) dan (gof)(x) = g(f(x))
2. Komposisi fungsi $g \circ f$: Jika fungsi f dan g memenuhi $\boldsymbol{R_f} \cap \boldsymbol{D_g} \neq \varnothing$
   Komposisi fungsi $f \circ g$: Jika fungsi f dan g memenuhi $\boldsymbol{R_g} \cap \boldsymbol{D_f} \neq \varnothing$
3. Sifat-sifat komposisi fungsi
   a. Tidak komutatif
   b. Memiliki sifat asosiatif (fog)o(h) = fo(goh)
   c. Memiliki fungsi identitas I(x) = x sehingga foI = Iof = f

D. Latihan Soal

Untuk meningkatkan pemahaman, coba Kalian kerjakan Latihan soal berikut kemudian cocokkan jawaban Kalian dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Jangan melihat kunci dulu sebelum Kalian mengerjakan.

I. Pilihan Ganda.

1. Diketahui $f(x)=x^2+4x-5$ dan $g(x)=2x-1$. Hasil fungsi komposisi $(gof)(x)$ adalah ….
   A. $2x^2+8x-11$
   C. $2x^2+8x-9$
   E. $2x^2+4x-9$
   B. $2x^2+8x-6$
   D. $2x^2+4x-6$
2. Fungsi $f: R \to R$ dan $g: R \to R$, dirumuskan dengan $f(x)=2x^2-2$ dan $g(x)=\frac{1}{2}x+2$, maka $(fog)(x)=\ldots.$
   A. x^2+1
   C. $\frac{1}{2}x^2+2x+6$
   E. $\frac{1}{2}x^2+8x+6$
   B. $\frac{1}{2}x^2+6$
   D. $\frac{1}{2}x^2+4x+6$
3. Fungsi $f: R \to R$ dan $g: R \to R$ ditentukan oleh $f(x)=2x-1$ dan $g(x)=5x-x^2$. Nilai untuk $(fog)(-1)$ adalah ....
   A. –24 B. –13 C. –9 D. –6 E. –4
4. Ditentukan $g(f(x)) = f(g(x))$. Jika $f(x) = 2x + p$ dan $g(x) = 3x + 120$, maka nilai p = ….
   A. 30 B. 60 C. 90 D. 120 E. 150
5. Fungsi f dan g ditentukan oleh $f(x)=2x-4$ dan $g(x)=\frac{1}{2}x+3$. Daerah asal (daerah definisi) f adalah $D_f = \{x \mid 2 \le x \le 6, x \in R\}$ dan $g: R \to R$. Daerah hasil dari $(gof)(x)$ adalah….
   A. $\{y \mid 1 \le x < 4, y \in R\}$
   C. $\{y \mid 3 \le x \le 7, y \in R\}$
   E. $\{y \mid -1 < x \le 17, y \in R\}$
   B. $\{y \mid 4 < x \le 6, y \in R\}$
   D. $\{y \mid -1 \le x \le 6, y \in R\}$
6. Jika $f(x)=3x+1$ dan $(fog)(x)=6x^2+9x+4$, maka $g(x)=\ldots.$
   A. $2x^2-3x-1$
   C. x^2+3x+1
   E. x^2+2x+1
   B. $2x^2+3x+1$
   D. $2x^2-3x+1$

7. Fungsi $f: R \to R$, $g: R \to R$, dan $h: R \to R$ adalah fungsi-fungsi yang ditentukan oleh $f(x) = 2 + x$, $g(x) = x^2 - 1$, dan $h(x) = 2x$. Maka bentuk yang paling sederhana $(hogof)(x) = ...$
   A. $x^2 + 4x + 3$
   B. $2x^2 - 8x + 6$
   C. $-2x^2 + 8x + 6$
   D. $-2x^2 + 8x - 6$
   E. $2x^2 + 8x + 6$

8. Diketahui f dan g yang dirumuskan oleh $f(x) = 3x^2 - 4x + 6$ dan $g(x) = 2x - 1$. Jika nilai $(fog)(x) = 101$, maka nilai x yang memenuhi adalah ....
   A. $3\frac{2}{3}$ dan -2
   B. $-3\frac{2}{3}$ dan 2
   C. $\frac{3}{11}$ dan 2
   D. $-3\frac{2}{3}$ dan -2
   E. $-\frac{3}{11}$ dan -2

9. Diketahui fungsi f dan g yang dirumuskan oleh $f(x) = 2x - 4$ dan $(gof)(x) = 4x^2 - 24x + 32$. Rumus fungsi g adalah $g(x) = ...$
   A. $x^2 - 4x + 8$
   B. $x^2 - 4x - 8$
   C. $x^2 + 4x + 8$
   D. $x^2 + 4x$
   E. $x^2 - 4x$

10. Jika $f(x) = x + 3$ dan $(gof)(x) = 2x^2 + 4x - 3$, maka $(fog)(1) = ...$
    A. 6 B. 3 C. 3 D. 1 E. 0

II. Uraian

1. Diketahui **f** : **R** → **R**, **g** : **R** → **R**, dan **h** : **R** → **R** ditentukan oleh rumus **f** (**x**) = 2**x** + 4, **g** (**x**) = 3**x**, dan **h** (**x**) = $\mathbf{x}^2$ + 1. Tentukan:
   a. ((**f**o**g**)o**h**) (**x**);
   b. (**f**o (**g**o**h**)) (**x**)

2. Dari fungsi f dan g diketahui $g(x) = x - 1$ dan $(fog)(x) = 4x^2 - x$. Jika $f(a) = 5$, maka tentukan nilai a !

3. Suatu pabrik kertas dengan bahan dasar kayu **(*x*)** memproduksi kertas melalui dua tahap. Tahap pertama menggunakan mesin I menghasilkan bahan kertas setengah jadi **(*m*)** dengan mengikuti fungsi $\boldsymbol{m = f(x) = x^2 - 3x - 2}$. Tahap kedua menggunakan mesin II menghasilkan kertas mengikuti fungsi $\boldsymbol{g(m) = 4m + 2}$ dengan ***x*** dan ***m*** dalam satuan ton. Jika bahan dasar kayu yang tersedia untuk suatu produksi sebesar 4 ton, tentukan banyak kertas yang dihasilkan!

4. Sebuah perusahaan menggunakan dua buah mesin untuk mengubah bahan mentah menjadi bahan jadi. Mesin I mengubah bahan mentah menjadi bahan setengah jadi, dan mesin II mengubah dari bahan setengah jadi menjadi bahan jadi. Mesin I dianalogikan dengan fungsi f(x) = 2x – 3 dan mesin II dianalogikan dengan fungsi g(x) = x^2 - x

a) Apalagi bahan mentah yang digunakan sebanyak x, tentukan persamaan hasil bahan jadi.
b) Apabila bahan mentah yang digunakan sebanyak 100 kg, berapa banyak hasil produksi?

Pembahasan Latihan Soal

NO	PEMBAHASAN	Kunci
1.	$(gof)(x) = g(f(x))$ $= g(x^2 + 4x - 5)$ $= 2(x^2 + 4x - 5) - 1 = 2x^2 + 8x - 10 - 1 = 2x^2 + 8x - 11$	A
2.	$(fog)(x) = f(g(x))$ $= f\left(\frac{1}{2}x + 2\right)$ $= 2\left(\frac{1}{2}x + 2\right)^2 - 2$ $= \frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 - 2$ $= \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$	C
3	$(fog)(-1) = f(g(-1))$ $= f(5(-1) - (-1)^2)$ $= f(-6) = 2(-6) - 1 = -13$	B
4	$g(f(x)) = f(g(x))$ $g(2x + p) = f(3x + 120)$ $3(2x + p) + 120 = 2(3x + 120) + p$ $6x + 3p + 120 = 6x + 240 + p$ $2p = 120$ $p = 60$ Jadi, nilai p adalah 60.	B
5	$(gof)(x) = g(f(x)) = g(2x - 4) = \frac{1}{2}(2x - 4) + 3 = x + 1$ $x = 2 \rightarrow (gof)(2) = 2 + 1 = 3$ $x = 6 \rightarrow (gof)(6) = 6 + 1 = 7$ Jadi, daerah hasil dari $(gof)(x)$ adalah $\{y \mid 3 \le x \le 7, y \in R\}$	C
6	$(fog)(x) = 6x^2 + 9x + 4$ $f(g(x)) = 6x^2 + 9x + 4$ $3g(x) + 1 = 6x^2 + 9x + 4$	C

	$g(x)=2x^2+3x+1$	
7	$(hogof)(x)=h(g(f(x)))$ $=h(g(2+x))$ $=h((2+x)^2-1)$ $=h(x^2+4x+3)$ $=2(x^2+4x+3)$ $=2x^2+8x+6$	E
8	$(fog)(x)=101$ $f(g(x))=101$ $f(2x-1)=101$ $3(2x-1)^2-4(2x-1)+6=101$ $12x^2-12x+3-8x+4+6=101$ $12x^2-20x-88=0$ $3x^2-5x-22=0$ $(3x-11)(x+2)=0$ $3\frac{2}{3}$ atau -2 Jadi, nilai x yang memenuhi adalah $3\frac{2}{3}$ dan -2.	A
9.	$(g \text{ o } f)(x) = 4x^2 - 24x + 32$ $g(2x-4) = 4x^2 - 24x + 32$ $= (2x-4)^2 - 8x + 16$ $= (2x-4)^2 - 4(2x-4)$ $g(x) = x^2 - 4x$ **Alternatif 2:** $(g \text{ o } f)(x) = 4x^2 - 24x + 32$ $g(2x-4) = 4x^2 - 24x + 32$ Misalnya $2x - 4 = w$, maka $x=\frac{1}{2}(w+4)$, sehingga $g(w)=4\left\{\frac{1}{2}(w+4)\right\}^2-24\left\{\frac{1}{2}(w+4)\right\}+32$ $= w^2 + 8w + 16 - 12w - 48 + 32$ $= w^2 - 4w$ $g(x) = x^2 - 4x$ Jadi, rumus fungsi g adalah $g(x) = x^2 - 4x$	E
10	$(gof)(x)=2x^2+4x-3$ $g(f(x))=2x^2+4x-3$ $g(x+3)=2x^2+4x-3$ $g(x)=2(x-3)^2+4(x-3)-3$ $g(x)=2x^2-12x+18+4x-12-3$	E

	$g(x)=2x^2-8x+3$ $(gof)(x)=f(g(x))$ $=f(4x^2-4x+8)$ $=2x^2-8x+6$ $(gof)(1)=2\times1^2-8\times1+6=0$	
	Skor Maksimum : 50	
II. Uraian		
1.	a. (fog) (x) = f (g (x)) = f (3x) = 2 (3x) + 4 = 6x + 4 ((fog)oh) (x) = (fog) (h(x)) = (fog) (x^2 + 1) = 6 (x^2 + 1) + 4 = 6x^2 + 6 + 4 = 6x^2 + 10 Jadi, ((fog)oh) (x) = 6x^2 + 10 b. (goh) (x) = g (h (x)) = g (x^2 + 1) = 3 (x^2 + 1) = 3x^2 + 3 (fo(goh)) (x) = f ((goh) (x)) = f (3x^2 + 3) = 2 (3x^2 + 3) + 4 = 6x^2 + 6 + 4 = 6x^2 + 10 Jadi, (fo(goh)) (x) = 6x^2 + 10	5 5
2.	$(fog)(x)=4x^2-x$ $f(g(x))=4x^2-x$ $f(x-1)=4x^2-x$ $f(x)=4(x+1)^2-(x+1)$ $f(x)=4x^2+7x+3$ $f(a)=5$ $4a^2+7a+3=5$ $4a^2+7a-2=0$ $(4a-1)(a+2)=0$ $a=\frac{1}{4}$ atau $a=-2$ Jadi, nilai a yang diminta adalah -2.	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
3.	Rumus fungsi pada produksi tahap I adalah $m = (x) = x^2 - 3x - 2$ Untuk $x = 4$, diperoleh: $m = f(x) = x^2 - 3x - 2$ $= 4^2 - 3.4 - 2$ $= 16 - 12 - 2 = 2$ Hasil produksi tahap I adalah 2 ton bahan kertas setengah jadi. Hasil produksi tahap II	6

	Rumus fungsi pada produksi tahap II adalah $g(m) = 4m + 2$ Karena hasil produksi pada tahap I akan dilanjutkan pada produksi tahap II, maka hasil produksi tahap I menjadi bahan dasar produksi tahap II, sehingga diperoleh: $g(m) = 4m + 2$ $= 4.2 + 2 = 10$ Dengan demikian, hasil produksi tahap II adalah 10 ton kertas. Jadi banyaknya kertas yang dihasilkan adalah 10 ton.	 6 3
4.	a) Persamaan bahan jadi adalah $(gof)(x) = g(f(x) = (2x – 3)^2 - (2x-3)$ $g(f(x) = 4x^2 – 12x + 9 - 2x+ 3$ $g(f(x))= 4x^2 -14x + 12$ b) Banyak bahan mentah yang digunakan 100 kg. $(gof)(100)=4.100^2 – 14.100 + 12 = 40.000 – 1400 + 12=$ 38.612 Jadi banyaknya hasil produksi adalah: 38.612	 8 7
	Skor maksimum	**50**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan= $\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ maksimum} x\ 100\%$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Berilah tanda V pada kolom "Ya" jika Kalian mampu dan "Tidak" jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Saya sudah memahami tentang komposisi fungsi		
2.	Saya sudah dapat menentukan rumus komposisi fungsi		
3.	Saya sudah memahami sifat-sifat komposisi fungsi		
4.	Saya sudah memahami penerapan komposisi fungsi dalam kehidupan sehari-hari..		

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
FUNGSI INVERS

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan peserta didik dapat :
1. Memahami operasi invers pada fungsi invers
2. Memahami sifat-sifat operasi invers pada fungsi invers
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan invers pada suatu fungsi.

B. Uraian Materi

Masih ingatkah Kalian waktu kecil dulu orangtua Kalian atau guru TK mengajarkan bagaimana cara memakai sepatu atau melepas sepatu. Biasanya dimulai dengan mengambil sepatu dari rak sepatu, memasang kaos kaki, memasukkan kaki dan mengikat tali sepatu. Ketika belajar membuka sepatu, dimulai dengan membuka tali sepatu, mengeluarkan kaku, membuka kaos kaki dan meletakkan sepatu pada tempat penyimpanan sepatu. Proses memakai sepatu dan membuka sepatu tergambar pada diagram berikut:

Gambar 2.1: Proses memasang dan membuka sepetu.

Kegiatan memakai sepatu dan melepas sepatu tersebut merupakan kegiatan yang berkebalikan, dalam matematika sering dinamakan invers.
Sekarang perhatikan contoh kontekstual yang terkait dengan invers fungsi berikut:

Contoh 1:

Seorang pedagang kain memperoleh keuntungan dari hasil penjualan setiap x potong kain sebesar f(x) rupiah. Nilai keuntungan yang diperoleh mengikuti fungsi f(x) = 500x + 1.000, dimana x banyak potong kain yang terjual.

a. Jika dalam suatu hari pedagang tersebut mampu menjual 50 potong kain, berapa keuntungan yang diperoleh?
b. Jika keuntungan yang diharapkan sebesar Rp100.000,00 berapa potong kain yang harus terjual?
c. Jika A merupakan daerah asal (domain) fungsi f dan B merupakan daerah hasil (range) fungsi f, gambarkanlah permasalahan butir (a) dan butir (b) di atas.

Penyelesaian:

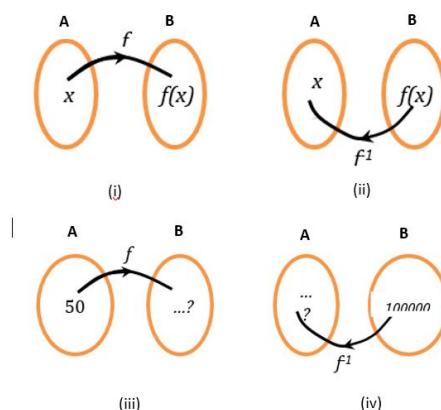
Keuntungan yang diperoleh mengikuti fungsi $f(x) = 500x + 1.000$, untuk setiap x potong kain yang terjual.

a) Penjualan 50 potong kain, maka $x = 50$ dan nilai keuntungan yang diperoleh adalah $f(x) = 500x + 1000$ untuk $x = 50$ berarti $f(50) = (500 \times 50) + 1.000$
$= 25.000 + 1.000$
$= 26.000$
Jadi, keuntungan yang diperoleh dalam penjualan 50 potong kain sebesar Rp26.000,00

b) Agar keuntungan yang diperoleh sebesar Rp 100.000,00, maka banyaknya kain yang harus terjual adalah $f(x) = 500x + 1000$

$$100.000 = 500x + 1000$$
$$500x = 100.000 - 1.000$$
$$500x = 99.000$$
$$x = \frac{99.000}{500}$$
$$x = 198$$

Jadi, banyaknya kain yang harus terjual adalah 198 potong

c) Jika A merupakan daerah asal fungsi f dan B merupakan daerah hasil fungsi f, maka permasalahan butir (a) dan butir (b) di atas digambarkan seperti berikut.

Gambar 2.2: Fungsi Invers

Berdasarkan Gambar 2.2 di atas, maka dapat dikemukakan beberapa hal sebagai berikut.

(a) Gambar 2.2 (i) menunjukkan bahwa fungsi *f* memetakan A ke B, dapat ditulis f: A → B.

(b) Gambar 2.2 (ii) menunjukkan bahwa f^{-1} memetakan B ke A, dapat ditulis f^{-1}: B → A, dimana f^{-1} merupakan fungsi invers *f*

(c) Gambar 2.2 (iii) menunjukkan bahwa untuk nilai x = 50, maka akan dicari nilai $f(x)$

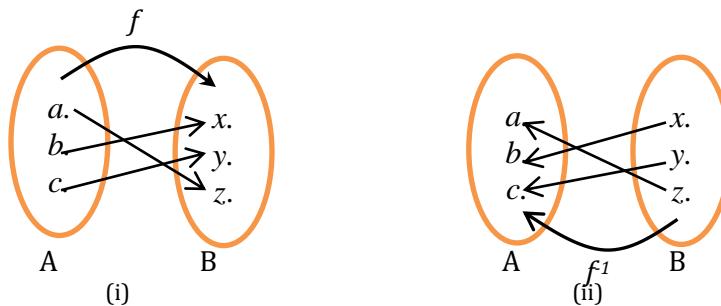
(d) Gambar 2.2 (iv) menunjukkan kebalikan dari Gambar 2.2 (iii), yaitu mencari nilai x jika diketahui nilai f(x) = 100.000.

Dari contoh di atas, dapat dikatakan bahwa untuk mencari nilai x adalah merupakan pembahasan invers suatu fungsi.
Secara umum invers dari suatu fungsi dapat dijelaskansebagai berikut.
Misalkan f suatu fungsi dari A ke dalam B dan misalkan untuk suatu $a \in A$ petanya adalah $(a) = b \in B$, maka invers dari b (dinyatakan dengan $f^{-1}(b)$) adalah elemen-elemen dalam A yang memiliki $b \in B$ sebagai petanya.
Secara singkat, jika $f : A \to$ B sedemikian hingga $f : x \to f(x)$ maka yang dimaksud dengan invers fungsi b adalah:

$$f^{-1}(b) = \{x | x \in A, f(x) = b\}$$

(Notasi f^{-1} dibaca "*f* invers")

Contoh 2:

Misalkan $f: A \to B$ didefinisikan sebagaimana diagram panah berikut :

(i)

(ii)

Gambar 2.3

Dari diagram (i):

$f(a) = z$
$f(b) = x$
$f(c) = y$

Dari diagram (ii):

$f^{-1}(z) = a$
$f^{-1}(x) = b$
$f^{-1}(y) = c$

Jadi $f : A \to B$ adalah f={(a, z), (b, x), (c, y)} dan $f^{-1} : B \to A$ adalah f^{-1}={(x, b), (y, c), (z, a)}.

Fungsi Invers

Setelah Kalian mempelajari contoh 1 dan 2, Kalian sudah mendapat gambaran tentang invers suatu fungsi. Sekarang kita kembangkan pemahaman Kalian dengan mempelajari fungsi invers. Apakah yang dimaksud dengan invers suatu fungsi sama dengan fungsi invers? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, Kalian perhatikan contoh berikut.
Fungsi $f: A \to B$ dengan $f = \{(x, y) | y = f(x), x \in A$ dan $y \in B\}$ didefinisikan dengan $y = f(x) = 2x$. Jika daerah asal (domain) D_f = {..., -2, -1, 0, 1, 2...}, maka daerah hasilnya (Range) adalah:
$f(-2) = 2.(-2) = -4$, $f(-1) = 2.(-1) = -2$, $f(0) = 2.0 = 0$, $f(1) = 2.1 = 2$, $f(2) = 2.2 = 4$, sehingga Range R_f = {..., -4, -2, 0, 2, 4, ...}.
Pasangan berurut dari fungsi *f* adalah *f* : {..., (-2, -4), (-1, -2), (0, 0), (1, 2), (2, 4),...}
Inver dari fungsi *f* adalah $f^{-1}: B \to A$. Dari pasangan berurut fungsi *f* kita dapatkan daerah asal invers fungsi *f*, yaitu $D_{f^{-1}}$ = {..., -4, -2, 0, 2, 4, ...}
Daerah hasi $R_{f^{-1}}$={..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}.
Pasangan berurut invers fungsi *f* adalah f^{-1} : {..., (-4, -2), (-2, -1), (0, 0), (2, 1), (4, 2),...}

Coba Kalian amati pasangan berurut di atas, bahwa setiap dua unsur yang berbeda di dalam domain *f* dikawankan dengan dua unsur yang berbeda di dalam daerah kawan (kodomain) *f*. Sebagai contoh, x_1 = -2 dan x_2 = 2 dikawankan berturut turut dengan y_1 = -4 dan y_2 = 4. Invers dari fungsi ini akan menghubungkan dua unsur yang berbeda tersebut dengan dua unsur semula yang berbeda, yaitu -4 dengan -2 dan 4 dengan 2. Ini berarti relasi pada invers fungsi *f* merupakan relasi satu-satu, setiap unsur di dalam daerah asalnya dihubungkan dengan satu dan hanya satu unsur di dalam daerah hasil. Invers dari fungsi *f* memenuhi syarat sebagai sebuah fungsi, jadi f^{-1}disebut fungsi invers.

Sekarang Kalian amati fungsi g: C→ D dengan $g = \{(x, y) | y = g(x), x \in C$ dan $y \in D\}$ didefinisikan dengan $y = g(x) = x^2$. Jika daerah asal (domain) D_f = {..., -2, -1, 0, 1, 2...}, maka daerah hasilnya (Range) adalah:
$g(-2) = (-2)^2 = 4, g(-1) = (-1)^2 = 1, g(0) = 0^2 = 0, g(1) = 1^2 = 1, g(2) = 2^2 = 4$
Pasangan berurut fungsi g={...(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)...}.
Pasangan berurut invers dari fungsi g adalah g^{-1}={...,(4, -2), (1, -1), (0, 0), (1, 1), (4, 2)}.

Kalau Kalian mengamati, Kalian bisa melihat bahwa ada unsur x di dalam domain g dikawankan dengan unsur y yang sama di dalam daerah kawan g. Contohnya, unsur 2 dan −2 keduanya dipetakan ke unsur yang sama, yaitu 4. Akibatnya, invers dari fungsi ini menghubungkan 4 dengan dua unsur yang berbeda, yaitu 2 dan −2.
$g(-2) = 4$, $g(2) = 4$ dan $g^{-1}(4) = -2$, $g^{-1}(4) = 2$. Invers dari fungsi ini tidak sesuai dengan aturan fungsi. Jadi, invers dari fungsi $g(x) = x^2$ bukan merupakan fungsi, tetapi hanya relasi saja. g^{-1} disebut invers dari fungsi g.

Dari contoh di atas dapat disimpulkan bahwa invers atau kebalikan dari fungsi, tidak selalu menghasilkan fungsi. Jika invers dari suatu fungsi merupakan fungsi juga, maka invers tersebut dinamakan fungsi invers. Syarat agar invers suatu fungsi merupakan fungsi invers jika dan hanya jika f suatu **fungsi bijektif (korespondensi satu-satu).**

Sifat 1:

Suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ dikatakan memiliki fungsi invers $f^{-1}: B \rightarrow A$ jika dan hanya jika fungsi f merupakan fungsi bijektif.

Dari Sifat 1 di atas, pada fungsi bijektif f: A → B, A merupakan daerah asal fungsi f dan B merupakan daerah hasil fungsi f. Secara umum, definisi fungsi invers diberikan sebagai berikut :

Definisi:

Jika fungsi f: $D_f \rightarrow R_f$ adalah fungsi bijektif, maka invers fungsi f adalah fungsi yang didefinisikan sebagai f^{-1}: $R_f \rightarrow D_f$ dengan kata lain f^{-1} adalah fungsi dari R_f ke D_f. D_f adalah daerah asal fungsi f dan Rf adalah daerah hasil fungsi f

Fungsi f: $D_f \rightarrow R_f$ adalah fungsi bijektif, jika $y \in R_f$ merupakan peta dari $x \in D_f$, maka hubungan antara y dengan $f(x)$ didefinisikan dengan $y = f(x)$. Jika f^{-1} adalah fungsi invers dari fungsi f, maka untuk setiap $x \in R_{f^{-1}}$ adalah peta dari $y \in D_{f^{-1}}$. Hubungan antara x dengan $f^{-1}(y)$ didefinisikan dengan rumus $x = f^{-1}(y)$

Menentukan Rumus Fungsi Invers.

Setelah memahami fungsi invers, pembahasan kita kembangkan dengan menentukan rumus fungsi invers. Coba Kalian amati masalah berikut:

Contoh 3:

Salah satu sumber penghasilan yang diperoleh klub sepak bola adalah hasil penjualan tiket penonton jika timnya sedang bertanding. Besarnya dana yang diperoleh bergantung kepada banyaknya penonton yang menyaksikan pertandingan tersebut. Suatu klub memberikan informasi bahwa besar pendapatan yang diperoleh klub dari penjualan tiket penonton mengikuti fungsi $f(x) = 500x + 20.000$, dengan x merupakan banyak penonton yang menyaksikan pertandingan.

a) Tentukanlah fungsi invers pendapatan dari tiket penonton klub sepak bola tersebut.
b) Jika dalam suatu pertandingan, klub memperoleh dana hasil penjualan tiket penonton sebesar Rp 5.000.000,00, berapa penonton yang menyaksikan pertandingan tersebut?

Penyelesaian:

Diketahui fungsi pendapatan klub sepak bola tersebut adalah $f(x) = 500x + 20.000$.

(a) Invers fungsi pendapatan dari tiket penonton klub sepak bola
Untuk menentukan rumus fungsi invers $f(x)$ dapat dihitung sebagai berikut.
$y = f(x) = 500x + 20.000$
$y = 500x + 20.000$
$500x = y - 20.000$
$$x = \frac{y - 20.000}{500}$$

Karena $x = f^{-1}(y)$, maka $f^{-1}(y) = \frac{y-20.000}{500}$
Karena $f^{-1}(y) = \frac{y-20.000}{500}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{x-20.000}{500}$
Jadi, fungsi invers dari $f(x) = 500x + 20.000$ adalah $f^{-1}(x) = \frac{x-20.000}{500}$ atau
$$f^{-1} = \frac{1}{500}(x - 20.000)$$

(b) Jika dana hasil penjualan tiket penonton sebesar Rp 5.000.000,00, maka banyak penonton yang menyaksikan pertandingan tersebut adalah
$f^{-1}(x) = \frac{x-20.000}{500}$
$$f^{-1}(5.000.000) = \frac{5.000.000 - 20.000}{500} = \frac{4.980.000}{500} = 9.960.$$

Jadi, penonton yang menyaksikan pertandingan sepak bola sebanyak 9.960 orang.
Berdasarkan alternatif penyelesaian Contoh 3 di atas, diperoleh sifat sebagai berikut.

Sifat 2:

Misalkan f^{-1} adalah fungsi invers fungsi f. Untuk setiap $x \in D_f$ dan $y \in R_f$, maka berlaku $y = f(x)$ jika dan hanya jika $f^{-1}(y) = x$

Untuk menentukan rumus fungsi invers dari fungsi f dapat dilakukan langkahlangkah:
1. memisalkan $f(x) = y$,
2. menyatakan x dalam y,
3. menentukan rumus dari $f^{-1}(x)$ dengan mengingat $f^{-1}(y) = x$ dan mengganti variabel y dengan x.

Contoh 4:

Diketahui f: R $\rightarrow$ R dengan f(x) = 2x - 5. Tentukan $f^{-1}(x)$!

Penyelsaian:

Karena y = f(x)m maka y = 2x - 5
y = 2x - 5 (yang berarti $x = f^{-1}(y)$)
2x = y + 5

$x = \frac{y + 5}{2}$

$f^{-1}(x) = \frac{x + 5}{2}$

Contoh 5:

Diketahui f(x)=$\frac{2x+1}{x-4}$ Tentukan $f^{-1}(x)$!

Penyelesaian:

Karena y = f(x), maka y = $\frac{2x+1}{x-4}$

$y(x-4) = 2x + 1$

$yx - 4y = 2x + 1$

$yx - 2x = 4y + 1$

$x(y-2) = 2y + 1$

$x = \frac{4y+1}{y-2}$

$f^{-1}(x) = \frac{4x+1}{x-2}$

Contoh 6:

Jika $f(x) = \frac{2x}{3x-4}$, $x \in R, x \neq \frac{4}{3}$ dan $f^{-1}(k) = 1$. Tentukan nilai k!

Penyelesaian:

Misalkan $f(x) = y$,

$y = \frac{2x}{3x-4}$

$y(3x - 4) = 2x$

$3xy - 4y = 2x$

$3xy - 2x = 4y$

$x(3y - 2) = 4y$

$x = \frac{4y}{3y-2}$

$f^{-1}(x) = \frac{4x}{3x-2}$

$f^{-1}(k) = \frac{4k}{3k-2}$

$1 = \frac{4k}{3k-2}$

$3k - 2 = 4k$

$k = -2$

Contoh 7:

Suatu fungsi f pada bilangan real ditentukan oleh rumus fungsi
$(x) = \frac{x-4}{2x+3}$
Tentukan domain dan kodomain f agar diperoleh fungsi invers f-1

Penyelesaian:
Dengan memperhatikan rumus fungsi f yang berupa fungsi pecah, maka domain dari fungsi f adalah: $Df = \{x|\ 2x + 3 \neq 0, x \in R\}$

$= \left\{x | x \neq -\frac{3}{2}, x \in R\right\}$

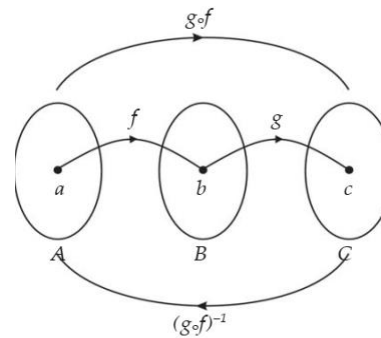
Untuk menentukan kodomainnya terlebih dulu dicari rumus inversnya,
Misalkan $f(x) = y$

$y = \dfrac{x-4}{2x+3}$
$\leftrightarrow \frac{x-4}{2x+3} = y$
$\leftrightarrow x - 4 = y(2x+3)$
$\leftrightarrow x - 4 = 2yx + 3y$
$\leftrightarrow x - 2yx = 3y + 4$
$\leftrightarrow x(1-2y) = 3y + 4$
$\leftrightarrow x = \dfrac{3y+4}{1-2y}$
$\rightarrow f^{-1}(y) = \dfrac{3y+4}{1-2y}$
$\rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{3x+4}{1-2x}$

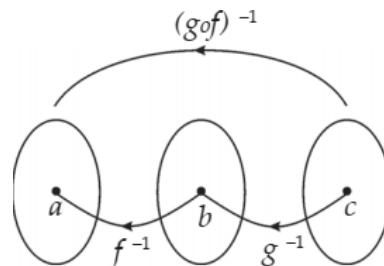
Syarat suatu fungsi memiliki fungsi invers apabila fungsi tersebut adalah bijektif, maka kodomain dari fungsi f adalah domain dari f^{-1}, sehingga kodomain dari f adalah

$D_{f^{-1}} = \{x | 1 - 2x \neq 0, x \in R\} = \left\{x | x \neq \dfrac{1}{2}, x \in R\right\}$

Invers dari Fungsi Komposisi

Setelah Kalian mempelajari fungsi komposisi dan fungsi invers dari suatu fungsi, pada pembahasan ini Kalian akan mempelajari mengenai fungsi invers dari fungsi komposisi. Untuk mempelajari lebih lanjut, perhatikan diagram panah berikut ini.

Gambar 2.4

Dari diagram di atas, dapat terlihat bahwa fungsi komposisi (gof) memetakan a ke c. Sedangkan fungsi invers dari gof, yaitu $(gof)^{-1}$ memetakan c ke a, atau dapat dinyatakan dengan $(gof)^{-1}$ $(c) = a$.

Dalam hal ini, g^{-1} memetakan c ke b dan f^{-1} memetakan b ke a, seperti terlihat pada diagram berikut ini.

Gambar 2.5

Sehingga diperoleh $f^{-1}(g^{-1}) = f^{-1}$ (b) = a dengan $f^{-1}\ (g^{-1}\ (x)) = (f^{-1}\ o\ g^{-1})$ (c).

Untuk sembarang nilai x, secara umum dapat dikatakan bahwa:

$$(gof)^{-1}(x) = (f^{-1}og^{-1})(x)$$

Kalian dapat menentukan rumus invers fungsi dari fungsi komposisi dengan dua cara yaitu:

a. Menentukan dulu rumus fungsi komposisi, kemudian menentukan inversnya
b. Menentukan dulu inversnya masing–masing fungsi, kemudian dikomposisikan.

Contoh 8:

Diketahui $f = x - 7$ dan $g = 4x + 1$, tentukan $(f \circ g)^{-1}(x)$ dengan dua cara di atas

Penyelesaian:

a. Menentukan dulu rumus fungsi komposisi, kemudian menentukan inversnya
$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(4x + 1) = 4x + 1 - 7 = 4x - 6$
Misalkan $y = 4x - 6$.
$\Leftrightarrow 4x = y + 6$
$\Leftrightarrow x = \frac{y+6}{4}$
Jadi $(fog)^{-1}(x) = \frac{x+6}{4}$

b. Menentukan dulu inversnya masing–masing fungsi, kemudian dikomposisikan
$f(x) = x - 7 \rightarrow$ misalkan $y = x - 7$
$\Leftrightarrow x = y + 7$ sehingga $f^{-1}(x) = x + 7$.
$g(x) = 4x + 1 \rightarrow$ misalkan $y = 4x + 1$
$\Leftrightarrow 4x = y - 1$
$\Leftrightarrow x = \frac{y-1}{4}$ sehingga $g^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}$
$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
$= g^{-1}(f^{-1}(x))$
$= g^{-1}(x + 7)$
$= \frac{(x+7)-1}{4} = \frac{x+6}{4}$
Jadi $(fog)^{-1}(x) = \frac{x+6}{4}$

Contoh 9:

Diketahui fungsi f(x) = 2x – 3 dan g(x) = $\frac{1}{3x+1}, x \neq -\frac{1}{3}$. Tentukan $(f \circ g)^{-1}(x)$!

Penyelesaian*:*

$(f \circ g)(x) = 2\left(\frac{1}{3x+1}\right) - 3 = \frac{2 - 3(3x+1)}{3x+1} = \frac{-9x-1}{3x+1}$

Misalkan y = (f o g)(x)

$y = \frac{-9x-1}{3x+1}$

$y(3x+1) = -9x - 1$

$3xy + y = -9x - 1$

$3xy + 9x = -y - 1$

$x(3y + 9) = -(y + 1)$

$x = \frac{-(y+1)}{3y+9}$

$(f \circ g)^{-1}(x) = -\frac{x+1}{3x+9}$

Contoh 10:

Ditentukan f(x) = 2x – 1, g(x) = 3 – x dan h(x) = $\frac{4}{x}, x \neq 0$, carilah nilai x sehingga $(hogof)^{-1}(x) = 1$!

Penyelesaian:

$(gof)(x)$= 3 – (2x – 1) = 4 – 2x

$\big(ho(gof)\big)(x) = \frac{4}{4-2x}$

Misalkan $\big(ho(gof)\big)(x)$ = y, maka:

$y = \frac{4}{4-2x}$

4y – 2xy = 4

-2xy = 4 – 4y

$x = \frac{4-4y}{-2y} = \frac{2y-2}{y}$

$\big(ho(gof)\big)^{-1}(x)$ (x) = $\frac{2x-2}{x}$

$\frac{2x-2}{x} = 1$

2x – 2 = x

x = 2

Contoh 11:

Ditentukan $f(x) = \frac{2x}{3-x}$, dengan $x \neq 3$. Tentukan:

a. $f^{-1}(x)$
b. $(fof^{-1})(x)$ dan $(f^{-1}of)(x)$

Penyelesaian:

a. $f(x) = \frac{2x}{3-x}$, misal y = *f(x)*

$y = \frac{2x}{3-x} \leftrightarrow y(3-x) = 2x$

$\leftrightarrow 3y - yx = 2x$

$\leftrightarrow 3y = yx + 2x = x(y+2)$

$\leftrightarrow x(y+2) = 3y$

$\leftrightarrow x = \frac{3y}{y+2}$

Jadi $f^{-1}(x) = \frac{3x}{x+2}$

b. $(fof^{-1})(x) = \frac{2(\frac{3x}{x+2})}{3-\frac{3x}{x+2}} = \frac{\frac{6x}{x+2}}{\frac{3(x+2)}{(x+2)}-\frac{3x}{x+2}} = \frac{\frac{6x}{x+2}}{\frac{3x+6-3x}{x+2}} = \frac{\frac{6x}{x+2}}{\frac{6}{x+2}} = \frac{6x}{6} = x$

$(f^{-1}of)(x) = \frac{3\frac{2x}{3-x}}{\frac{2x}{3-x}+2} = \frac{\frac{6x}{3-x}}{\frac{2x}{3-x}+\frac{2(3-x)}{3-x}} = \frac{\frac{6x}{3-x}}{\frac{6}{3-x}} = \frac{6x}{6} = x$

Pada pembahasan sebelumnya I(x) = x di sebut fungsi identitas.
Dari contoh di atas f^{-1} fungsi invers dari f berlaku $(fof^{-1})(x) = (fof^{-1})(x) = I(x)$

Menetukan Rumus Invers Fungsi Kuadrat.

Coba Kalian simak masalah berikut.
Diketahui $f(x) = ax^2 + bx + c$. Tentukan $f^{-1}(x)$!

Penyelesaiaan:
Misal f(x) = y
$y = ax^2 + bx + c \leftrightarrow ax^2 + bx = y - c$ (kedua ruas datambah (-c))

$\leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{y-c}{a}$ (Kedua rua dikali $\frac{1}{a}$)

$\leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{y-c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

(kedua ruas ditambah $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ agar ruas kiri bisa membentuk kuadrat sempurna)

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{y-c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{y-c}{a} + \frac{b^2}{4a}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{4a(y-c)}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{4ay-4ac+b^2}{4a^2}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{4ay+b^2-4ac}{4a^2}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a}) = \pm\sqrt{\frac{4ay+b^2-4ac}{4a^2}}$

$\leftrightarrow (x + \frac{b}{2a}) = \pm\frac{1}{2a}\sqrt{4ay + b^2 - 4ac}$

$\leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2a}\sqrt{4ay + b^2 - 4ac}$

$\leftrightarrow x = \frac{-b\pm\sqrt{4ay+b^2-4ac}}{2a}$

Jadi $f^{-1}(x) = x = \frac{-b\pm\sqrt{4ay+b^2-4ac}}{2a}$

Catatan:
$f^{-1}(x) = x = \frac{-b\pm\sqrt{4ay+b^2-4ac}}{2a}$ akan menjadi fungsi invers jika dibatasi $x \geq -\frac{-b}{2a}$

Rumus Umum Invers Fungsi dalam Bentuk Akar.

Contoh 12:
Tentukan invers dari $f(x) = \sqrt[n]{ax+b}$

Penyelesaian :
Misal $f(x)$ = y maka dapat dijabarkan $y = \sqrt[n]{ax+b}$

$\leftrightarrow y = \sqrt[n]{ax+b} = (ax+b)^{\frac{1}{n}}$
$\leftrightarrow y^n = ax+b$ (Kedua ruas dipangkatkan dengan n)
$\leftrightarrow ax = y^n - b$ (Kedua ruas ditambah dengan –b)
$\leftrightarrow x = \frac{y^n-b}{a}$
$\leftrightarrow f^{-1}(y) = \frac{y^n-b}{a}$
$\leftrightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^n-b}{a}$
Jadi jika $f(x) = \sqrt[n]{ax+b}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{x^n-b}{a}$

C. Rangkuman

1. Pengertian Fungsi Invers:
   Jika fungsi $f : A \to B$ yang mempunyai peta $f(a) = b$ maka invers f adalah fungsi $g : B \to A$ dengan peta $g(b) = a$.
2. Teorema fungsi invers:
   Bila $f : A \to B$ adalah fungsi bijektif maka invers fungsi f yaitu $f^{-1} : B \to A$ juga merupakan fungsi bijektif
3. Fungsi Invers dari Fungsi Komposisi
   - $(gof)^{-1}$ (x) = $(f^{-1}$ o $g^{-1})$ (x)
   - $(hogof)^{-1}$ (x) = $(f^{-1}$ o g^{-1} o $h^{-1})$ (x)
4. Jika f(x) = ax^2 + bx + c, maka $f^{-1}(x) = x = \frac{-b \pm \sqrt{4ay+b^2-4ac}}{2a}$ akan menjadi fungsi invers jika dibatasi $x \geq -\frac{-b}{2a}$
5. Jika $f(x) = \sqrt[n]{ax+b}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{x^n-b}{a}$

D. Latihan Soal

Untuk meningkatkan pemahaman, coba Kalian kerjakan latihan soal berikut, kemudian cocokkan jawaban Kalian dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Jangan melihat kunci dulu sebelum Kalian mengerjakan.

1. Diketahui $f(x) = \frac{5x-3}{x+2}$, $x \neq -2$ dan $g(x) = 6x - 2$, tentukan:
   a. $f^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(x)$
   b. $(fog)^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(x)$

2. Diketahui (x) = $3x$ + 2 dan $(gof)(x)$ = $6x$ - 4 . Tentukan
   a. $g^{-1}(x)$
   b. Nilai $g^{-1}(2)$
3. Diketahui f(x) = $4x^2 - 16x + 25$, $x \in R$. Tentukan:
   a. $f^{-1}(x)$
   b. Syarat agar $f^{-1}(x)$ menjadi fungsi invers.
4. Tentukan invers dari:
   a. $f(x) = \sqrt{x+6}$
   b. $\sqrt[3]{2x-5}$
5. Jumlah produksi makanan ringan dari suatu pabrik per hari mengikuti fungsi f(x) = $x^2 + 300$ dengan x adalah banyaknya bahan baku yang diperlukan (dalam kg)

   a. Tentukan banyaknya makanan ringan yang dapat dihasilkan dari bahan baku sebanyak 50kg.
   b. Tentukan banyaknya bahan baku yang dibutuhkan untuk menghasilkan makanan ringan sebanyak 10.300 buah

Pembahasan Latihan Soal

NO	PEMBAHASAN	Skor
1	$f(x) = \frac{5x-3}{x+2}$, $x \neq -2$ dan $g(x) = 6x - 2$ a. Misal $f(x) = y \rightarrow y = \frac{5x-3}{x+2}$ $y = \frac{5x-3}{x+2} \leftrightarrow y(x+2) = 5x - 3$ $\leftrightarrow yx + 2y = 5x - 3$ $\leftrightarrow yx - 5x = -2y - 3$ $\leftrightarrow 5x - yx = 2y + 3$ (Kedua ruas dikali (-1) $\leftrightarrow x(5 - y) = 2y + 3$ $\leftrightarrow x = \frac{2y+3}{5-y}$ $\leftrightarrow f^{-1}(y) = \frac{2y+3}{5-y}$ $\leftrightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{5-x}$ Jadi $f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{5-x}$ Misal $g(x) = y \rightarrow y = 6x - 2$ $y = 6x - 2 \leftrightarrow 6x = y + 2$ $\leftrightarrow x = \frac{y+2}{6}$ $\leftrightarrow g^{-1}(y) = \frac{y+2}{6}$ $\leftrightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+2}{6}$ Jadi $g^{-1}(x) = \frac{x+2}{6}$ $b. (fog)^{-1}(x)$ dan $(gof)^{-1}(x)$ Cara 1. $(fog)^{-1}(x) = (g^{-1}of^{-1})(x)$ $= \frac{\frac{2x+3}{5-x}+2}{6} = \frac{\frac{2x+3}{5-x}+\frac{2(5-x)}{5-x}}{6}$ $= \frac{\frac{2x+3+10-2x}{5-x}}{6} = \frac{13}{6(5-x)} = \frac{13}{30-6x} = -\frac{13}{6x-30}$ Jadi $(fog)^{-1}(x) = -\frac{13}{6x-30}$ $(gof)^{-1}(x) = (f^{-1}og^{-1})(x)$ $= \frac{2\left(\frac{x+2}{6}\right)+3}{5-\frac{x+2}{6}} = \frac{\frac{2x+4}{6}+\frac{3.6}{6}}{\frac{5.6}{6}-\frac{x+2}{6}}$ $= \frac{\frac{2x+4+18}{6}}{\frac{30-(x+2)}{6}} = \frac{\frac{2x+22}{6}}{\frac{30-x-2}{6}} = \frac{\frac{2x+22}{6}}{\frac{28-x}{6}} = \frac{2x+22}{28-x}$ Jadi $(gof)^{-1}(x) = \frac{2x+22}{28-x}$	5 5 5 5

	Cara 2. (fog)(x) = f(g(x)) =$\frac{5(6x-2)-3}{(6x-2)+2} = \frac{30\,x-13}{6x}$ Misal f(x) = y $y = \dfrac{30x-13}{6x} \leftrightarrow 6x.y = 30x - 13$ $\leftrightarrow 6xy - 30x = -13$ $\leftrightarrow x(6y-30) = -13$ $\leftrightarrow x = \frac{-13}{6y-30}$ $\leftrightarrow (fog)^{-1}(y) = \frac{-13}{6y-30}$ $\leftrightarrow (fog)^{-1}(x) = \frac{-13}{6x-30}$ = -$\frac{13}{6x-30}$ Jadi$(fog)^{-1}(x)$ = -$\frac{13}{6x-30}$ (gof)(x) = 6$\,\frac{5x-3}{x+2} - 2 = \frac{30x-18}{x+2} - 2(\frac{x+2}{x+2})$ $= \frac{30x-18}{x+2} - \frac{2x+4}{x+2} = \frac{30x-18-2x-4}{x+2} = \frac{28x-22}{x+2}$ Misal (gof)(x) = y $y = \dfrac{28x-22}{x+2} \leftrightarrow y(x+2) = 28x - 22$ $\leftrightarrow yx + 2y = 28x - 22$ $\leftrightarrow yx - 28x = -2y - 22$ $\leftrightarrow x(y - 28) = -(2y + 22)$ $\leftrightarrow x = \frac{-(2y+22)}{y-28} = \frac{2y+22}{28-y}$ $\leftrightarrow (gof)^{-1}(y) = \frac{2y+22}{28-y}$ $\leftrightarrow (gof)^{-1}(x) = \frac{2x+22}{28-x}$ Jadi $(gof)^{-1}(x) = \frac{2x+22}{28-x}$	
2	$f(x)$ = 3x + 2 dan $(gof)(x)$ = 6x – 4 $(gof)(x)$ =$g(f(x))$ = 6x – 4 $g(3x+2) = 6x - 4$ $g(3x+2) = 2(3x+2) - 8$ $g(x) = 2x - 8$ a. Misal g(x) = y $y = 2x - 8 \leftrightarrow y + 8 = 2x$ $\leftrightarrow 2x = y + 8$ $\leftrightarrow x = \frac{y+8}{2}$ $\leftrightarrow g^{-1}(y) = \frac{y+8}{2}$ $g^{-1}(x) = \frac{x+8}{2}$ b. $g^{-1}(2) = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$	8 8 4

3.	f(x) = $4x^2 - 16x + 25 = 4(x^2 - 4x) + 25$ = $4(x^2 - 4x + 4 - 4) + 25$ (ditambahkan 0 = 4 – 4) = $4(x^2 - 4x + 4) - 16 + 25$ (4 x (-4) di keluarkan agar di dalam kurung berbentuk kuadrat sempurna) = $4(x^2 - 4x + 4) + 9$ a. Misal f(x) = y → y = $4(x^2 - 4x + 4) + 9 = 4(x - 2)^2 + 9$ ↔ $y - 9 = (x - 2)^2$ ↔ $(x - 2)^2 = y - 9$ ↔ $x - 2 = \pm\sqrt{y - 9}$ ↔ $x = 3 \pm\sqrt{y - 9}$ ↔ $f^{-1}(y) = 3 \pm\sqrt{y - 9}$ ↔ $f^{-1}(x) = 3 \pm\sqrt{x - 9}$ Jadi: $f^{-1}(x) = 3 \pm\sqrt{x - 9}$ b. Agar $f^{-1}(x) = 3 \pm\sqrt{x - 9}$ menjadi fungsi invers maka daerah asal harus dibasi $x - 9 \geq 0 \rightarrow x \geq 9$	6 10 4
4	a. $f(x) = \sqrt{x + 6}$ Menggunakan rumus $f(x) = \sqrt[n]{ax + b}, \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^n - b}{a}$ $f^{-1}(x) = \frac{x^n - b}{a} = \frac{x^2 - 6}{1} = x^2 - 6$ b. $f(x) = \sqrt[3]{2x - 5}$ $= \frac{x^n - b}{a} = \frac{x^3 - (-5)}{2} = \frac{x^3 + 5}{2} = \frac{1}{2}(x^3 + 5)$	10 10
5	Jumlah produksi makanan ringan dari suatu pabrik per hari mengikuti fungsi f(x) = $x^2 + 300$ a. Jumlah produksi yang dihasilkan jika banyak bahan baku 50 kg. f(50) = $(50)^2$ + 300 = 2.500 + 300 = 2.800. Jadi jumlah produksi yang dihasilkan dengan bahan baku sebanyak 50 kg adalah 2.800 buah. b. Banyaknya bahan baku yang dibutuhkan untuk memproduksi sebanyak 10.300 buah adalah: f(x) = $x^2 + 300$ f(x) = 10.300 x^2 + 300 = 10.300 x^2 = 10.000 x = $\pm\sqrt{10.000} = \pm 100$ Jadi banyak bahan baku yang diburuhkan untuk	6 4 6

	memproduksi makanan kecil sejumlah 10.300 adalah 100 kg.	4
	Skor maksimum	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan= $\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ maksimum} x\ 100\%$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka Kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Berilah tanda V pada kolom “Ya” jika Kalian mampu dan “Tidak” jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Saya sudah memahami tentang invers dari sebuah fungsi		
2.	Saya sudah dapat menentukan rumus invers dari sebuah fungsi		
3.	Saya sudah memahami invers yang merupakan fungsi invers		
4.	Saya sudah rumus invers komposisi fungsi..		

EVALUASI

1. Diketahui $f : R \to R$, $g : R \to R$ dirumuskan oleh $f(x) = x^2 - 4$ dan $g(x) = 2x - 6$. Jika $(fog)(x) = -4$, nilai $x = ...$
   A. -6 B. -3 C. 3 D. 3 atau -3 E. 6 atau -6

2. Jika $g(x) = x + 3$ dan $(f \circ g)(x) = x^2 - 4$, maka $f(x-2) = ...$
   A. $x^2 - 6x + 5$ C. $x^2 - 10x + 21$ E. $x^2 + 10x + 21$
   B. $x^2 + 6x + 5$ D. $x^2 - 10x - 21$

3. Diketahui $(fog)(x) = \frac{2x-3}{x+4}; x \neq -4$ dan $g(x) = 1 - x$, maka $f(x) = ...$
   A. $\frac{1-x}{x+4}; x \neq -4$ C. $\frac{7-x}{x+4}; x \neq -4$ E. $\frac{3x+1}{x+4}; x \neq -4$
   B. $\frac{2x+1}{x-5}; x \neq 5$ D. $\frac{2x-1}{x+5}; x \neq -5$

4. Dari fungsi f dan g diketahui $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ dan $g(x) = 3x - 2$. Supaya $(gof)(a) = -11$, nilai a yang positif adalah ...
   A. $2\frac{1}{2}$ B. $1\frac{1}{6}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{1}{6}$

5. Fungsi $f : R \to R$ dan $g: R \to R$ dinyatakan oleh $f(x) = x + 2$ dan $(g \circ f)(x) = 2x^2 + 4x + 1$, maka $g(2x) = ...$
   A. $2x^2 - 4x + 1$ C. $8x^2 - 8x + 1$ E. $4x^2 - 8x + 1$
   B. $2x^2 - 12x + 1$ D. $8x^2 + 8x + 1$

6. Diketahui $f(x) = x^2 + 1$ dan $g(x) = 2x - 3$, maka $(fog)(x) = ...$
   A. $4x^2 - 12x + 10$ C. $4x^2 - 12x - 10$ E. $-4x^2 + 12x + 10$
   B. $4x^2 + 12x + 10$ D. $4x^2 + 12x - 10$

7. Jika $f(x) = x^2 - 3x - 4$ dan $g(x) = 2x + 3$, dan $f : R \to R$, $g : R \to R$, maka $(fog)(x)$ adalah ....
   A. $4x^2 + 6x - 4$ C. $2x^2 - 6x - 5$ E. $4x^2 + 9x + 5$
   B. $4x^2 - 6x - 4$ D. $2x^2 + 6x - 5$

8. Diketahui fungsi-fungsi $f(x) = 2x$, $g(x) = x^2 - 1$, $h(x) = 2^x$, maka ....
   A. $(fog)(x) = 2x^2 - 1$ C. $(foh)(x) = 4^x$ E. $(hog)(x) = 2x^2 - 1$
   B. $(gof)(x) = 4x^2 - 1$ D. $(hof)(x) = 4^{2x}$

9. Diketahui fungsi $f: R \to R$ dan $g: R \to R$ didefinisikan dengan $(x) = -x + 3$ dan $(fog)(x) = 4x^2 - 26x + 32$ maka nilai $f(1)$ adalah ... .
   A. – 5 B. -4 C. -3 D. 3 E. 4

10. Suatu penggilingan padi dapat memproduksi beras super melalui dua tahap. Tahap pertama menggunakan mesin I yang menghasilkan beras setengah jadi berupa pelepasan kulit padi. Tahap kedua dengan menggunakan mesin II yang menghasilkan beras super. Dalam produksinya, mesin I menghasilkan bahan setengah jadi dengan mengikuti fungsi $(x) = x$ - 0,175 dan mesin II mengikuti fungsi $g(x) = x$ - 0,125 dengan x merupakan banyak bahan dasar padi dalam satuan kg. Jika bahan dasar padi yang tersedia untuk suatu produksi sebesar 5 ton, berapakah beras super yang dihasilkan dalam kwintal?
    A. 4999,825 kg C. 5000 kg E. 79,997 kwintal
    B. 4999,7 kg D. 49,998 kwintal
11. Invers dari fungsi $f(x)=\frac{3x-2}{5x+8}; x\neq -\frac{8}{5}$ adalah $f^{-1}(x)=....$
    A. $\frac{-8x+2}{5x-3}$ C. $\frac{8x-2}{3+5x}$ E. $\frac{-8x+2}{3-5x}$
    B. $\frac{8x-2}{5x+3}$ D. $\frac{8x+2}{3-5x}$
12. Diketahui $f(x)=\frac{2x+1}{x-3}, x\neq 3$. Jika f^{-1} adalah invers fungsi f, maka $f^{-1}(x-2) = ...$
    A. $\frac{x+1}{x-2}, x\neq 2$ C. $\frac{2x-2}{x+1}, x\neq -1$ E. $\frac{x+1}{x-3}, x\neq 3$
    B. $\frac{2x-3}{x-5}, x\neq 5$ D. $\frac{3x-5}{x-4}, x\neq 4$
13. Fungsi $f: R\rightarrow R$ dan $g: R\rightarrow R$ ditentukan oleh $f(x)=3x-2$ dan $g(x)=x+5$. Rumus untuk $(gof)^{-1}(x)$ adalah ....
    A. $3x + 1$ C. $\frac{1}{3}x-1$ E. $\frac{1}{3}x-3$
    B. $3x - 1$ D. $\frac{1}{3}x+1$
14. Diketahui $f(x)=x+4$ dan $g(x)=2x$, maka $(fog)^{-1}(x)=....$
    A. $2x+8$ C. $\frac{1}{2}x-8$ E. $\frac{1}{2}x-2$
    B. $2x+4$ D. $\frac{1}{2}x-4$
15. Fungsi $f: R\rightarrow R$ didefinisikan sebagai $f(x)=\frac{3x+4}{2x-1}, x\neq \frac{1}{2}$. Invers dari fungsi f adalah $f^{-1}(x)$. Nilai dari $f^{-1}(-1)=....$
    A. -3 B. $-\frac{3}{5}$ C. 7 D. $-\frac{5}{3}$ E. 3
16. Fungsi $f: R\rightarrow R$ dan $g: R\rightarrow R$ ditentukan dengan $f(x)=x^{-1}, x\neq 0$ dan $f(g(x))=\frac{x-3}{2x}, x\neq 0, x\neq 3$, maka $g^{-1}(x)=....$

A. $\frac{x-3}{2x}$ C. $\frac{2x}{x-3}$ E. $\frac{3}{2x-1}$

B. $\frac{3x}{x-2}$ D. $\frac{3x}{x+2}$

17. Jika fungsi $f:R\rightarrow R$ dan $g:R\rightarrow R$ ditentukan $f(x)=x^3$ dan $g(x)=3x-4$, maka $\left(g^{-1}of^{-1}\right)(8)=....$

    A.1 B. 2 C. $3\frac{1}{3}$ D. $4\frac{2}{3}$ E. $5\frac{1}{3}$

18. Fungsi berikut yang tidak memiliki fungsi invers adalah ....

    A. y = x +1

    B. $y = x^3$

    C. y = log x

    D. $y = x^2 + 1000$

    E. y = 1 – 100 x

19. Diketahui $f(x) = 3 + 2x$, $g(x) = 2 + x$, dan $h(x) = 2x$. Bila $(f \text{ o } g \text{ o } h)^{-1}(x) = -1$, maka nilai x adalah .....

    A. 5 B. 3 C. 2 D. –3 E. –5

20. Dikatahui $\boldsymbol{f(x)} == \frac{1-5x}{x+2}, x\neq -2$ dan $\boldsymbol{f^{-1}(x)}$ adalah invers dari $\boldsymbol{f(x)}$. Nilai $\boldsymbol{f^{-1}}$ (–3) = ...

    A. $\frac{4}{3}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3 E. $\frac{7}{2}$

Kunci Jawaban Evaluasi.

No.	kunci	Uraian	Skor
1	C	$(fog)(x) = -4$ $f(g(x)) = -4$ $f(2x-6) = -4$ $(2x-6)^2 - 4 = -4$ $(2x-6)^2 = 0$ $2x - 6 = 0$ $x = 3$ Jadi, nilai $x = 3$.	**1**
2	C	$(f \text{ o } g)(x) = x^2 - 4$ $f(g(x)) = x^2 - 4$ $f(x+3) = x^2 - 4$ $f(x+3) = (x+3)^2 - 6x - 13$ $f(x+3) = (x+3)^2 - 6(x+3) + 5$ $f(x) = x^2 - 6x + 5$ $f(x-2) = (x-2)^2 - 6(x-2) + 5$ $= x^2 - 4x + 4 - 6x + 12 + 5$ $= x^2 - 10x + 21$	**1**
3	B	$(fog)(x) = \frac{2x-3}{x+4}$ $f(g(x)) = \frac{2x-3}{x+4}$ $f(1-x) = \frac{2(1-x)-3}{1-x+4} = \frac{-2x-1}{-x+5} = \frac{2x+1}{x-5}; x \neq 5$	**1**
4	D	$(g \text{ o } f)(a) = -11$ $g(f(a)) = -11$ $g(2a^2 + 3a - 5) = -11$ $3(2a^2 + 3a - 5) - 2 = -11$ $6a^2 + 9a - 15 - 2 = -11$ $2a^2 + 3a - 2 = 0$ $(2a - 1)(a + 2) = 0$ $a = \frac{1}{2}$ atau $a = -2$ Jadi, nilai a yang positif adalah $\frac{1}{2}$.	**1**
5	C	$(g \text{ o } f)(x) = 2x^2 + 4x + 1$ $g(f(x)) = 2x^2 + 4x + 1$ $g(x + 2) = 2x^2 + 4x + 1$	**1**

		$= 2\ (x + 2\ )^2 - 4\ x - 7$ $= 2\ (x + 2)^2 - 4\ (x + 2) + 1$ $g\ (2x) = 2\ (2x)^2 - 4\ (2x) + 1 = 8\ x^2 - 8x + 1$ **Alternatif 2:** $(g \text{ o } f)(x) = 2x^2 + 4x + 1$ $g\ (x + 2) = 2x^2 + 4x + 1$ Misalnya $x + 2 = y$, maka $x = y - 2$, sehingga $g\ (y) = 2\ (y - 2)^2 + 4\ (y - 2\ ) + 1 = 2\ y^2 - 4y + 1$ $g\ (2x) = 2\ (2x)^2 - 4\ (2x) + 1 = 8x^2 - 8x + 1$	
6	A	$(fog)(x) = f(g(x))$ $= f(2x - 3)$ $= (2x - 3)^2 + 1$ $= 4x^2 - 12x + 10$	**1**
7	**A**	$(fog)(x) = f(g(x))$ $= f(2x + 3)$ $= (2x + 3)^2 - 3(2x + 3) - 4$ $= 4x^2 + 6x - 4$	**1**
8	B	A. $(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^2 - 1) = 2(x^2 - 1) = 2x^2 - 2$. B. $(gof)(x) = g(f(x)) = g(2x) = (2x)^2 - 1 = 4x^2 - 1$. C. $(foh)(x) = f(h(x)) = f(2^x) = 2 \times 2^x = 2^{x+1}$. D. $(hof)(x) = h(f(x)) = h(2x) = 2^{2x} = 4^x$. E. $(hog)(x) = h(g(x)) = h(x^2 - 1) = 2^{x^2-1}$, Jadi, pernyatan yang benar adalah B.	
9	**E**	$(f \text{ o } g)(x) = f(g(x)) = 4x^2 - 26x + 32$ $f(-x + 3) = 4x^2 - 26x + 32$ $= 4(-x + 3\ )^2 + 2(-x + 3) - 2$ Dari bentuk persamaan $f(-x + 3) = 4(-x + 3\ )^2 + 2(-x + 3) - 2$ ini berarti $f(x) = 4x^2 + 2x - 2$ mengakibatkan $f(1) = 4.1^2 + 2.1 - 2 = 4$ Jadi $(f)(1) = 4$	**1**
10.	**E**	• Fungsi tahap I adalah $(x) = x - 0{,}175$. Untuk $x = 5000$, diperoleh: $f(x) = x - 0{,}175$ $= 5000 - 0{,}175$ $= 4999{,}825$	**1**

		Hasil produksi tahap I adalah 4999,825 kg beras setengah jadi • Fungsi tahap I adalah (x) = x - 0,175. Untuk x = 4999,825, diperoleh: $g(x)$ = x - 0,125 = 4999,825 - 0,125 = 4999,7 Hasil produksi tahap II adalah 4999,7 kg beras super. Jadi beras super yang dihasilkan adalah 49,997 kwintal	
11	**D**	$f(x)=\frac{3x-2}{5x+8}$ $x=\frac{3y-2}{5y+8}$ $5xy+8x=3y-2$ $5xy-3y=-8x-2$ $(5x-3)y=-8x-2$ $y=\frac{-8x-2}{5x-3}$ $y=\frac{8x+2}{3-5x}$ Jadi, $f^{-1}(x)=\frac{8x+2}{3-5x}$	**1**
12	**D**	$f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$ $x=\frac{2y+1}{y-3}$ $xy-3x=2y+1$ $(x-2)\,y=3x+1$ $y=\frac{3x+1}{x-2}$ $f^{-1}(x)=\frac{3x+1}{x-2}$ $f^{-1}(x-2)=\frac{3(x-2)+1}{(x-2)-2}=\frac{3x-5}{x-4}$	**1**

13	**C**	$(gof)(x) = g(f(x))$ $= g(3x-2)$ $= 3x-2+5$ $= 3x+3$ $x = 3y+3$ $y = \frac{x-3}{3}$ $(gof)^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - 1$	**1**
14	**E**	$(fog)(x) = f(g(x))$ $= f(2x)$ $= 2x+4$ $x = 2y+4$ $y = \frac{1}{2}x - 2$ $(fog)^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 2$	**1**
15	**B**	$f(x) = \frac{3x+4}{2x-1}$ $x = \frac{3y+4}{2y-1}$ $2xy - x = 3y + 4$ $(2x-3)y = x+4$ $y = \frac{x+4}{2x-3}$] $f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2x-3}$ $f^{-1}(-1) = \frac{-1+4}{2(-1)-3} = -\frac{3}{5}$	**1**
16.	**C**	$f(g(x)) = \frac{x-3}{2x}$ $\frac{1}{g(x)} = \frac{x-3}{2x}$ $g(x) = \frac{2x}{x-3}$	**1**
17	**B**	$f(x) = x^3$ $x = y^3$ $y = \sqrt[3]{x}$	**1**

		$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x}$ $g(x)=3x-4$ $x=3y-4$ $y=\frac{1}{3}(x+4)$ $g^{-1}(x)=\frac{1}{3}(x+4)$ $(g^{-1}of^{-1})(8)=g^{-1}(f^{-1}(8))$ $=g^{-1}(\sqrt[3]{8})$ $=g^{-1}(2)$ $=\frac{1}{3}(2+4)=2$	
18	**D**	A. y = x +1→y^{-1} = f^{-1}(x) =x – 1 Untuk $x_1 \neq x_2 \rightarrow f^{-1}(x_1) \neq f^{-1}(x_2)$ Jadi y^{-1} = x -1 merupakan fungsi. B. y = x^3 → $y^{-1} = f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ Untuk $x_1 \neq x_2 \rightarrow f^{-1}(x_1) \neq f^{-1}(x_2)$ Jadi $y^{-1} = f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ merupakan fungsi C. y = log x→ $y^{-1} = f^{-1}(x) = 10^x$ Untuk $x_1 \neq x_2 \leftrightarrow f^{-1}(x_1) \neq f^{-1}(x_2)$ Jadi $y^{-1} = f^{-1}(x) = 10^x$ merupakan fungsi D. y = x^2 + 1000 → $y^{-1} = f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-100}$ Untuk $x_1 \neq x_2$ ada $f^{-1}(x_1) = f^{-1}(x_2)$ Jadi $y^{-1} = f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-100}$ bukan fungsi E. y = 1 – 100 x → $y^{-1} = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{100}$ Untuk $x_1 \neq x_2 \leftrightarrow f^{-1}(x_1) \neq f^{-1}(x_2)$ Jadi $y^{-1} = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{100}$ merupakan fungsi	**1**
19	**A**	$f(x)$ = 3 + 2x, $g(x)$ = 2 + x, dan $h(x)$ = 2x. (fogoh)(x) =f(g(h(x))) =f(2 + 2x) = 3 + 2(2 + 2x) = 7 + 2x Misal : (fogoh)(x) = y	**1**

		y = 7 + 2x →y – 7 = 2x 2x = y – 7 → x = $\frac{y-7}{2}$ $(fogoh)^{-1}(x) = \frac{x-7}{2}$ $(fogoh)^{-1}(x) = -1 \leftrightarrow \frac{x-7}{2} = -1$ **↔ x – 7 = -2** **↔ x = 5**	
20	**E**	Dikatahui $\boldsymbol{f(x)} = \frac{1-5x}{x+2}, x \neq -2$ $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ $\boldsymbol{f^{-1}(x) = \frac{-2x+1}{x+5}}$ Nilai $\boldsymbol{f^{-1}}(-3) = \frac{\boldsymbol{-2(-3)+1}}{\boldsymbol{(-3)+5}} = \boldsymbol{\frac{7}{2}}$	**1**
		Skor Maksimum	**20**
		Nilai: $\frac{jumlah\ skor}{skor\ maksimum} x\ 100$	

DAFTAR PUSTAKA

Kemdikbud. 2017. Matematika Kelas X. Jakarta : Puskurbuk.

Kemdikbud. 2019. Paket Unit Pembelajaran Matematika Aljabar 2. Jakarta. Dirjen Guru dan Tenaga Kependidikan. Kementerian Pendidikan Nasional.

Lestari, Sri. 2009. Matematika 2. Jakarta: pusat Perbukuan. Depatemen Pendidikan Nasional

Markaban. 2004. Fungsi, Persamaan dan Pertidaksamaan. Yogyakarta. PPPG Matematika.